

LES ANTENNES

**Quelques
notions de base**

**Application:
étude sommaire
de l'antenne**

Yagi-Uda

Théorie et pratique

*Franck Tonna, F5SE **

REF CERPET, Tours, août 2006

* kozton@free.fr

SOMMAIRE

1 — GENERALITES	5
1.1) Concepts et formules de base.....	5
1.2) Rappels succincts sur le rayonnement électromagnétique.....	6
1.3) Qu'est-ce qu'une antenne ?	7
1.3.1) Origine du mot "antenne"	7
1.3.2) Fonction	7
1.3.3) Simulation acoustique, démonstration	7
1.3.4) Classification sommaire.....	7
1.4) Notion de gain.....	8
1.5) Notion de polarisation.....	9
1.6) Mesure du gain.....	9
1.6.1) Méthode de réciprocité.	9
1.6.2) Méthode de substitution.....	10
1.6.3) Méthode par intégration numérique des diagrammes de rayonnement	10
1.7) Diagramme de rayonnement	10
1.8) Angle d'ouverture à mi-puissance	11
1.9) Lobe arrière, lobes latéraux.....	12
1.10) Bande passante en gain	12
1.11) Notion d'impédance	13
2 — L'ANTENNE FONDAMENTALE: LE DIPOLE.....	15
2.1) Rappels.....	15
2.2) Impédance propre d'un dipôle isolé en espace libre.....	15
2.2.1) Définition des paramètres	15
2.2.2) Partie active de l'impédance propre:	15
2.2.3) Partie réactive de l'impédance propre:	16
2.3) Rayonnement et gain du dipôle isolé dans l'espace	17
2.3.1) Diagramme de rayonnement	17
2.3.2) Directivité et gain.....	17
2.3.2) Angle d'ouverture à mi-puissance.....	18
3 — GROUPEMENT DE DIPOLES.....	19
3.1) Description sommaire, applications.....	19
3.1) Diagramme de rayonnement, facteur de réseau	19
4 — L'ANTENNE YAGI-UDA	21
4.1) Origine	21
4.2) Description et fonctionnement.....	21
4.3) Formules du gain et du nombre optimal d'éléments	24
5 — IMPEDANCE PROPRE ET IMPEDANCE MUTUELLE.....	25
5.1) Impédance propre d'un dipôle isolé dans l'espace	25
5.2) Notion d'impédance mutuelle	25
5.3) Impédances mutuelles de deux dipôles disposés en nappe.....	27
5.3.1) Définition des paramètres	27
5.3.2) Calculs préliminaires	27
5.3.3) Partie active de l'impédance mutuelle:.....	28
5.3.4) Partie réactive de l'impédance mutuelle:.....	28
6 — COURANTS DANS LES DIPOLES	30
6.1) Alignement de deux dipôles en nappe	30
6.2) L'antenne Yagi-Uda	31
6.2.1) Courants dans les éléments	32
6.2.2) Impédance au point d'alimentation	32
7 — DIAGRAMME DE RAYONNEMENT ET GAIN.....	33

7.1) Champ rayonné à longue distance	33
7.2) Rayonnement dans le plan H	33
7.3) Rayonnement dans le plan E	33
7.4) Directivité et gain.....	34
8 — LIGNES DE TRANSMISSION	37
8.1) Types de lignes de transmission	37
8.2) Lignes à conducteurs parallèles, ou lignes bifilaires	37
8.3) Lignes coaxiales.....	38
8.4) Propriété fondamentale	38
8.5) Ondes stationnaires	40
8.6) Impédances standardisées	41
8.7) Coefficient de vélocité	41
8.8) Symétrique, asymétrique ?	43
8.8.1) Notions de symétrie et d'asymétrie	43
8.8.2) Symétriseur quart d'onde	43
8.8.3) Symétriseur-transformateur demi-onde	45
8.8.4) Gamma-match.....	45
8.8.5) Autres types de symétriseurs-transformateurs	46
8.9) Abaque de Smith.....	46
9 — MESURES SUR LES ANTENNES	48
9.1) Généralités sur les mesures d'antennes	49
9.2) Mesures proprement dites	49
9.3) Base de mesures d'antennes	49
9.3.1) Zone rapprochée (1).....	50
9.3.2) Zone de Fresnel (2)	50
9.3.3) Zone de Fraunhofer (3)	50
9.3.4) Base de mesures proprement dite	50
9.4) Matériel de mesures d'antennes	51
9.5) Mesure de l'impédance, optimisation de l'adaptation	52
9.6) Mesure du gain.....	53
9.6.1) Méthode de réciprocité.	53
9.6.2) Méthode de substitution.....	54
9.6.3) Méthode par intégration numérique des diagrammes de rayonnement.	56
INDEX BIBLIOGRAPHIQUE	59
ANNEXE	60

1 – GENERALITES

1.1) Concepts et formules de base

La figure 1.1.1 rappelle le concept d'onde en général, avec quelques termes usuels.

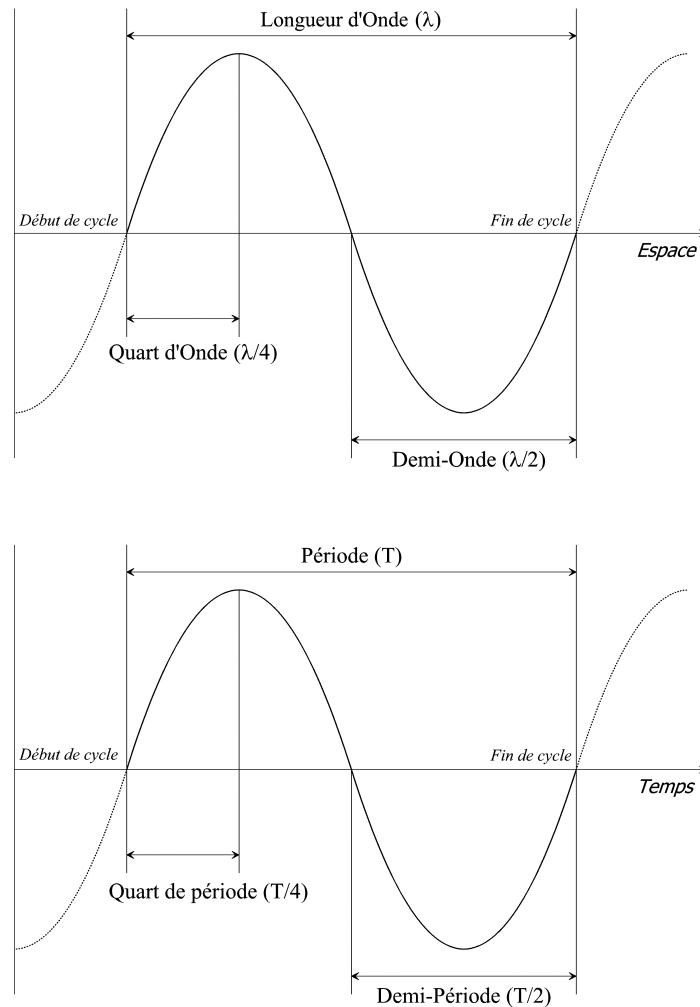


Figure 1.1.1

La longueur d'onde λ est la distance parcourue par l'onde pendant une période.

La période T est le temps mis par l'onde pour parcourir un cycle.

$$\lambda \cdot f = c \quad \lambda = c \cdot T \quad f = \frac{1}{T} \quad \lambda = \frac{c}{f} \quad f = \frac{c}{\lambda} \quad (1.1.1) \text{ à } (1.1.5)$$

Où:

c est la vitesse de propagation de la lumière. $c \approx 300\,000$ km/s

f est la fréquence. C'est le nombre de cycles "comptés" pendant une seconde.

On définit également le nombre d'ondes k et la pulsation ω .

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \omega = 2\pi \cdot f \quad (1.1.6) \text{ et } (1.1.7)$$

1.2) Rappels succincts sur le rayonnement électromagnétique

Toute charge électrique animée d'un mouvement accéléré (alternatif ou circulaire) génère un rayonnement électromagnétique dont la fréquence est identique à celle du mouvement.

Dans un conducteur, les charges ne sont pas isolées, mais sont animées d'un mouvement d'ensemble, dont l'intensité dépend de la résistance du conducteur et de la différence de potentiel existant à ses bornes (loi d'Ohm). Ce mouvement de charges n'est autre que le courant électrique. Si ce courant est alternatif, il y aura *systématiquement* apparition d'un rayonnement électromagnétique à la même fréquence que celle du courant.

De même, si un matériau isolant, ou *diélectrique*, présente une accumulation de charge et que ce matériau est animé d'un mouvement alternatif, on simule alors un courant alternatif. Il y a donc également apparition d'un rayonnement électromagnétique.

Ce rayonnement est aussi qualifié d'*onde électromagnétique*.

Les *ondes radio*, encore appelées *ondes hertziennes* [dont l'existence fut prévue dès 1864 par James Clark Maxwell (1831 – 1879) dans sa fameuse théorie, et mise en évidence plus tard par Rudolf-Heinrich Hertz (1857 – 1894) en 1887] ont une nature identique à celle des ondes lumineuses. Ce sont des ondes électromagnétiques qui se propagent dans l'espace (on dit aussi le *vide*) à la vitesse d'environ 300 000 kilomètres par secondes.

Une onde électromagnétique est définie par deux paramètres, sa fréquence ou sa longueur d'onde, liées l'une à l'autre par la relation suivante:

$$\lambda \cdot f = c \quad (1.2.1)$$

Où

λ = longueur d'onde, exprimée en mètres.

f = fréquence, exprimées en "cycles par seconde" ou "périodes par seconde" ou "officiellement" en *Hertz* (symbole: Hz).

c = vitesse de la lumière = 299 792 458 mètres par seconde (*par convention*, IERS, 1992)

Si on exprime λ en mètres et f en mégahertz (MHz), on peut remplacer les formules (1.4) et (1.5) par les formules approchées suivantes:

$$\lambda \approx \frac{300}{f} \quad \text{et} \quad f \approx \frac{300}{\lambda} \quad (1.2.2) \text{ et } (1.2.3)$$

Dans la pratique "radio-amateur", la précision de ces formules est amplement suffisante.

Le tableau suivant donne des exemples de dénominations courantes appliquées à quelques bandes radio-amateur, par les radio-amateurs eux-mêmes, et aussi par les professionnels:

Fréquence	Long. d'onde	Dénominations françaises et anglaises courantes
144 MHz	2,083 m	Ondes <i>ultra-courtes</i> ou <i>métriques</i> . <i>Very high frequencies</i> [VHF]
3650 kHz	82,2 m	Ondes <i>courtes</i> ou <i>décamétriques</i> . <i>High frequencies</i> [HF]
137 kHz	2190 m	Ondes <i>longues</i> ou <i>grandes ondes</i> . <i>Low frequencies</i> [LF]
10 GHz	0,0289 m	Ondes <i>centimétriques</i> ou <i>hyperfréquences</i> . <i>Microwaves</i> , [Ku Band]

1.3) Qu'est-ce qu'une antenne ?

1.3.1) Origine du mot "antenne"

Ce mot viendrait du latin *Antenna*, terme de marine désignant la verge horizontale située en haut de mât, et qui supporte la voile du navire. Ce mot a progressivement disparu du vocabulaire de la marine après la chute de l'empire romain d'occident.

Au XVIII^{ème} siècle, les entomologistes français reprirent ce mot sous sa forme francisée *antenne* pour requalifier les "cornes" des insectes, ces organes servant à informer ces derniers sur leur environnement immédiat.

Guglielmo Marconi (1874-1937) aurait repris ce terme pour décrire les structures filaires qu'il avait mises en œuvre lors de ses premiers essais radio entre la France et l'Angleterre, en 1898, peut-être par analogie de forme avec les gréements des navires à voiles de l'époque.

Suite à ses diverses expérimentations, il a très rapidement compris l'importance de l'antenne dans toute installation radio-électrique impliquant une liaison à distance. C'en est même l'organe principal. "Pas d'antenne, pas de liaison radio..."

1.3.2) Fonction

En radio-électricité, l'*antenne* a pour fonction, soit de rayonner dans l'espace un signal radio-électrique généré par un dispositif appelé *émetteur*, soit de capter dans l'espace un signal de même nature qu'elle achemine vers un autre dispositif appelé *récepteur*. Cette double fonction est fortement influencée par sa géométrie propre. Dans la pratique, on s'efforce d'optimiser cette géométrie pour tirer le maximum possible d'une antenne donnée.

1.3.3) Simulation acoustique, démonstration

Si on se transpose dans le domaine de l'acoustique, l'antenne la plus facile à se représenter est le pavillon de l'oreille humaine. Le pavillon capte les signaux acoustiques qui sont ensuite acheminés vers le centre auditif du cerveau pour traitement ultérieur.

A titre d'exemple, on peut se "fabriquer" une antenne acoustique simple en procédant de la manière suivante.

- 1) Choisir un objet générant un faible *signal sonore*, une pendulette de table à mouvement mécanique, par exemple (ou toute autre source d'intensité sonore comparable).
- 2) Écouter le tic-tac pendant quelques secondes, afin de mémoriser l'intensité du signal.
- 3) Placer les mains en forme de coquille juste au niveau des pavillons, et de nouveau écouter le tic-tac.
- 4) On constate alors un net renforcement du signal. Le fait de placer les mains à côté du pavillon améliore donc la "réception".

Cette propriété de renforcement apparent est appelée *gain* de l'antenne. En radio-électricité, cette propriété est l'un des principaux paramètres — sinon le principal — caractérisant une antenne.

1.3.4) Classification sommaire

On pourrait classer les antennes en trois catégories, en fonction des dimensions de leurs *parties actives* par rapport à la *longueur d'onde* de fonctionnement. On appelle *parties actives* les éléments qui interagissent directement avec les ondes électromagnétiques, abstraction faite des structures de support ou de maintien.

Première catégorie: antennes courtes par rapport à la longueur d'onde. On considère qu'une antenne est *courte* quand ses parties actives n'excèdent pas un vingtième de la longueur d'onde. Dans cette catégorie, entre autres, on range les antennes de réception de style "fouet" et "cadre ferrite" pour la réception des grandes ondes, petites ondes et ondes courtes.

Deuxième catégorie: antenne dont les dimensions des parties actives se situent entre le *quart d'onde* et la *demi-onde* (la figure 1.1.1 donne la définition de ces termes). Ces antennes sont dites *résonantes*. On les trouve surtout dans le domaine des ondes décamétriques, métriques et décimétriques (en télévision "terrestre" notamment, et, bien sûr, chez les radio-amateurs). Elles se présentent généralement sous la forme d'un alignement regroupant un nombre plus ou moins grand d'éléments résonants. L'antenne de base en est le *doublet*, ou *dipôle demi-onde*.

Troisième catégorie: antennes grandes par rapport à la longueur d'onde. On considère qu'une antenne est *grande* quand ses parties actives ne sont pas inférieures à 10 ou 15 fois la longueur d'onde. Elles trouvent leurs applications en majorité dans le domaine des ondes centimétriques ou plus courtes encore. Elles se présentent surtout sous forme de réflecteurs paraboliques associés à un résonateur localisé au foyer du réflecteur.

Les trois catégories ainsi définies n'ont pas de limites nettes entre elles.

Le rendement des antennes courtes est faible, fortement influencé par le sol. De plus, elles ne présentent pratiquement pas d'effet directif. On parle d'antennes à *faible gain*, ou même, à *gain nul*.

Le rendement des antennes résonantes est bon, et l'effet directif marqué, mais l'influence du sol reste encore significative, si, toujours en termes de longueur d'onde, l'antenne est proche du sol. On parle d'antennes à *gain modéré*, ou même parfois, à *grand gain*, dans certaines applications particulières.

Le rendement des "grandes" antennes est excellent, et l'effet directif très marqué, rendant même parfois le pointage délicat. Par contre, l'effet de sol est très peu sensible. Ces antennes se caractérisent toujours par un *très grand gain*.

1.4) Notion de gain

Dans une direction donnée et à une distance donnée, le gain en puissance est le rapport de la puissance équivalente qu'il faudrait fournir à une antenne émettrice de référence pour recevoir un signal de même intensité émis par l'antenne à mesurer, cette puissance étant divisée par la puissance réellement utilisée.

L'antenne étant un dispositif réciproque (il fonctionne aussi bien en réception qu'en émission), on peut définir le gain dans l'autre sens. Dans les mêmes conditions que ci-dessus, le gain en puissance est le rapport de la puissance équivalente que devrait émettre le générateur pour obtenir la même intensité de signal reçu, si on remplace l'antenne à mesurer par une antenne réceptrice de référence, cette puissance étant divisée par la puissance réelle mise en jeu..

Le gain s'exprime par la relation suivante:

$$G = \frac{P_{\text{eq}}}{P_r} \quad \text{soit} \quad G_{\text{dB}} = 10 \cdot \log_{10} \frac{P_{\text{eq}}}{P_r} \quad (1.4.1) \text{ et } (1.4.2)$$

Où P_{eq} est la puissance équivalente, P_r la puissance réelle, et G le gain en puissance.

Compte tenu de cette définition, le gain est une notion relative. Il convient donc de toujours préciser par rapport à quelle référence on le donne. En règle générale, l'antenne de référence est l'*antenne isotrope*, qui, par définition, rayonne uniformément dans toutes les directions. Cette antenne n'existe pas physiquement, bien que la notion de rayonnement isotrope ait un sens physique. On utilise aussi la notion *d'aire de capture équivalente* d'une antenne, qui correspond à la surface qu'il faudrait mettre en œuvre pour "capturer" autant d'énergie que l'antenne. Cette notion presque évidente dans le cas d'une antenne parabolique est un peu plus

difficile à se représenter dans le cas de dipôles et d'antennes assimilées, comme les antennes Yagi-Uda. L'aire équivalente de capture A_0 de l'antenne *isotrope* est donnée par la formule

$$A_0 = \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad (1.4.3)$$

On en déduit l'aire de capture A d'une antenne ayant un gain "isotrope" G , et par la même occasion, le rayon équivalent r de l'aire de capture.

$$A = G \cdot A_0 \quad \text{soit} \quad A = \frac{\lambda^2 \cdot G}{4\pi} \quad \text{d'où} \quad r = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \sqrt{G} \quad (1.4.4), (1.4.5) \text{ et } (1.4.6)$$

1.5) Notion de polarisation

On définit généralement la polarisation d'une antenne comme étant l'orientation du vecteur champ électrique E dans la direction du rayonnement maximum de cette antenne. Ainsi, un dipôle disposé verticalement au-dessus du sol rayonnera en *polarisation verticale*. De même, un dipôle disposé horizontalement rayonnera en *polarisation horizontale*.

Bien que cette simple terminologie soit d'un usage courant, elle peut parfois prêter à confusion si les antennes concernées ont des orientations particulières (poursuite de satellites, par exemple). On préfère alors définir la polarisation en se référant uniquement au plan E . Dans le cas d'une antenne Yagi-Uda, le plan E est confondu avec celui contenant les éléments constituant la partie *rayonnante* (ou *active*) de l'antenne. Pour éviter toute ambiguïté, le plan dans lequel un diagramme de rayonnement est relevé est systématiquement mentionné (voir plus loin, § 1.7).

Ce type de polarisation est improprement désigné en français sous le terme de *polarisation linéaire*, sous l'influence du terme anglais *linear polarization*. Les termes *polarisation plane* ou *polarisation rectiligne* seraient mieux adaptés.

Il existe aussi un autre type de polarisation, la *polarisation circulaire*, divisée en deux sous-types, la *polarisation circulaire gauche* et la *polarisation circulaire droite*. Ici, le vecteur E tourne autour de l'axe de l'antenne à la fréquence du signal émis ou reçu par l'antenne. La polarisation circulaire *droite* correspond à une rotation en sens horaire dans le *sens antenne vers espace* (donc, antenne en mode *émission*). C'est l'inverse pour la polarisation circulaire *gauche*.

On peut synthétiser la polarisation circulaire avec deux antennes identiques à polarisation plane disposées perpendiculairement le long de leur axe commun, et alimentées en quadrature de phase.

Une antenne peut rayonner de l'énergie indésirable dans une polarisation différente de celle pour laquelle elle est conçue. Ce rayonnement parasite est connu sous le nom de *rayonnement contra-polaire*. Pour les antennes à polarisation plane, ce rayonnement prend naissance dans le plan perpendiculaire au plan de rayonnement initial. En polarisation circulaire, le rayonnement contra-polaire tourne en sens contraire de la polarisation initiale.

1.6) Mesure du gain

La mesure du gain est décrite en détail au chapitre 9. On présente sommairement ici les méthodes de mesures les plus utilisées.

Les antennes étant des dispositifs réciproques, elles peuvent être utilisées indifféremment en réception comme en émission, leurs caractéristiques restant rigoureusement inchangées.

1.6.1) Méthode de réciprocité.

L'antenne d'émission et l'antenne de réception sont identiques.

- *Avantages*: mesure rapide, calibrage réduit au minimum. Donne le gain *utile* de l'antenne
- *Inconvénients*: toute modification sur une antenne doit être répercutée à l'identique sur l'autre.
- Méthode à utiliser plutôt en fin d'étude du prototype.

1.6.2) Méthode de substitution.

L'antenne source peut être quelconque. L'antenne de référence et l'antenne en cours d'étude sont montées alternativement sur le même support et on compare la puissance des signaux reçus. On en déduit le gain.

- *Avantages*: permet d'optimiser le prototype sans toucher à la source.
- *Inconvénients*: l'incertitude sur le gain du prototype est la somme de l'incertitude sur le gain de l'antenne de référence et de celle due à la mesure elle-même.
- Méthode à utiliser plutôt en cours de développement.

1.6.3) Méthode par intégration numérique des diagrammes de rayonnement

L'antenne source peut-être quelconque. L'antenne tourne sur son support et la puissance des signaux reçus est relevée à chaque pas de mesure. On procède ensuite à l'intégration numérique du relevé.

- *Avantages*: le gain (ou plutôt la directivité) ne dépend que du diagramme de rayonnement, du calibrage et de la dynamique du récepteur.
- *Inconvénients*: méthode lourde à mettre en œuvre. Nécessite un minimum de moyens de calculs.
- Méthode à utiliser en fin d'étude de prototype, pour confirmer les résultats de la méthode de réciprocité.

1.7) Diagramme de rayonnement

Le diagramme de rayonnement est une courbe donnant le niveau du signal émis ou reçu par l'antenne, en fonction de l'angle entre la direction de l'observation et celle du maximum de rayonnement. Il en résulte que c'est un niveau relatif exprimé par rapport au niveau maximum. Ce diagramme dépend uniquement de la géométrie de l'antenne et de sa position par rapport au sol. La forme générale du diagramme de rayonnement n'est pratiquement pas affectée par la nature des conducteurs.

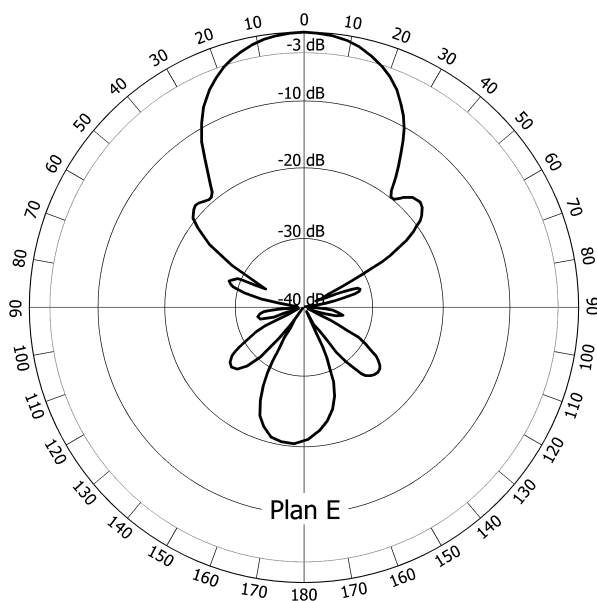


Figure 1.7.1

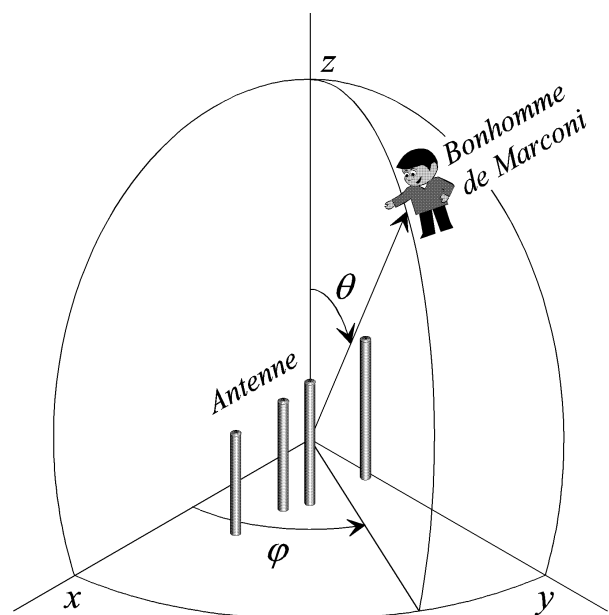


Figure 1.7.2

Par contre, le rayonnement est fortement perturbé par la présence proche de structures métalliques, en général des supports et des fixations, qu'on s'efforce de rendre le plus "transparents" possible à la longueur d'onde de travail. La figure 1.7.1 montre un diagramme de rayonnement typique d'une antenne Yagi-Uda, affecté des perturbations résiduelles de l'environnement immédiat.

Sur la figure 1.7.2, le *Bonhomme de Marconi*^{*}, avec son "champ-mètre", explore le rayonnement de l'antenne à distance constante et relève la puissance reçue $P(\theta, \varphi)$ dans chaque direction (θ, φ) . L'intégration du diagramme de rayonnement spatial ainsi relevé permet de calculer la directivité de l'antenne et de là, le gain, selon la relation suivante:

$$D = \frac{4\pi P_{\max}}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} P(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi} \quad (1.7.1)$$

où:

- D = directivité de l'antenne
- $P(\theta, \varphi)$ = puissance relevée à distance constante aux bornes de l'antenne, en fonction des angles θ et φ
- P_{\max} = puissance maximale relevée à distance constante aux bornes de l'antenne

Le gain, qui est en fait la résultante de la directivité affectée des pertes inévitables dues à la résistivité des conducteurs et à d'autres facteurs, est alors donné par les formules suivantes:

$$G = \eta D \quad \text{et} \quad G_{\text{dB}} = 10 \cdot \log \eta D \quad (1.7.2) \text{ et } (1.7.3)$$

où G est le gain de l'antenne et η le rendement global du système.

1.8) Angle d'ouverture à mi-puissance (ou -3 dB)

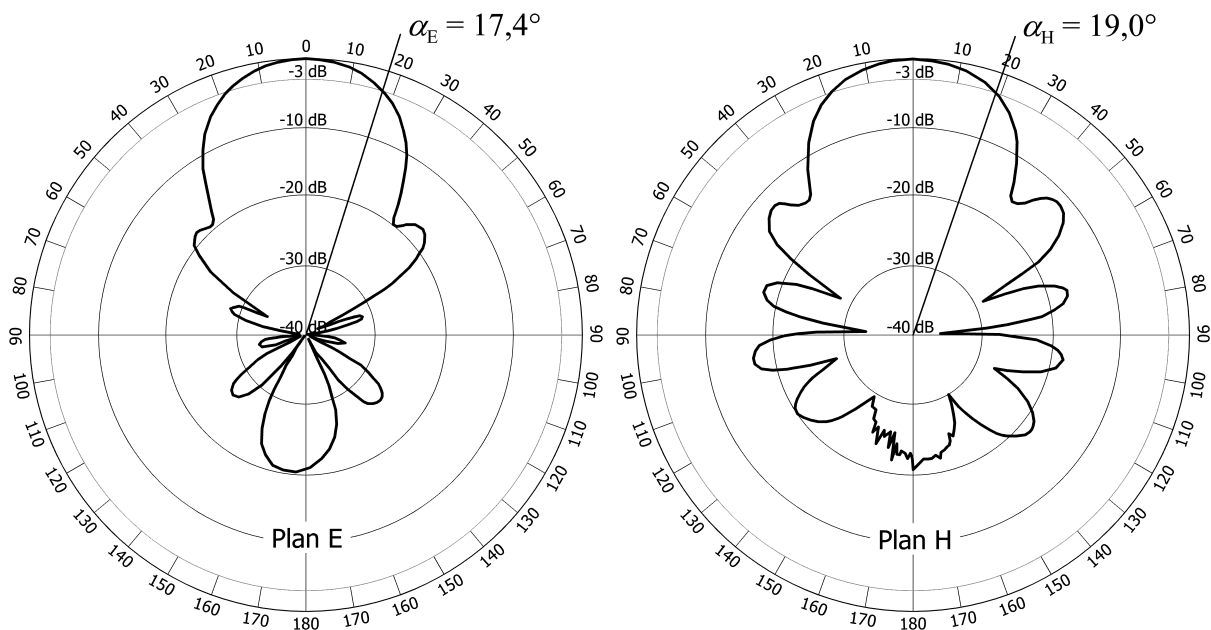


Figure 1.8.1

^{*} Le *Bonhomme de Marconi*, lointain descendant de son illustre aïeul, le *Bonhomme d'Ampère*, a été spécialement créé pour la circonstance. Il n'a pas d'existence officielle.

L'angle d'ouverture à mi-puissance est aussi appelé angle d'ouverture à -3dB .

C'est l'angle pour lequel la puissance du signal émis ou reçu baisse de moitié. La figure 1.8.1 représente les diagrammes relevés, plan E et plan H, d'une antenne réelle disponible dans le commerce. Noter les déformations de tous styles dues à l'environnement. Sur ces diagrammes, la lecture de l'angle d'ouverture à -3dB est immédiate.

La connaissance de cet angle permet un calcul rapide et approché du gain, à l'aide de la formule suivante, dérivée de la formule (1.7.1):

$$G_{\text{dBi}} \approx 40,13 - 10 \cdot \log \alpha_E - 10 \cdot \log \alpha_H \quad (1.8.1)$$

où:

α_E est l'angle d'ouverture à mi-puissance dans le plan du champ électrique E, en degrés.

α_H est l'angle d'ouverture à mi-puissance dans le plan du champ magnétique H, en degrés.

Les diagrammes de la figure 1.8.1 sont ceux de l'antenne *11 éléments 144 MHz, "Pro XL"*, mise au point par l'auteur et commercialisée.

On y lit:

Angle $\alpha_E = 17,4^\circ$

Angle $\alpha_H = 19,0^\circ$

d'où: $G_{\text{dBi}} \approx 40,13 - 10 \cdot \log 17,4 - 10 \cdot \log 19,0 \approx 40,13 - 12,41 - 12,79 \approx 14,9 \text{ dBi}$

Le constructeur donne $G_{\text{dBi}} \approx 14,1 \text{ dBi}$, compte tenu des pertes dues aux lobes parasites et au circuit d'adaptation d'impédance.

1.9) Lobe arrière, lobes latéraux

Plus les lobes arrière et latéraux sont faibles, meilleur est le rendement en rayonnement de l'antenne. Ces lobes reflètent la dispersion de l'énergie ailleurs que dans le lobe principal.

Le lobe arrière est inévitable. Dans le meilleur des cas, pour les antennes Yagi-Uda, il peut se situer 30 à 35 dB en dessous du niveau maximum, soit -30 à -35 dB . On peut faire mieux, mais il se scinde alors en deux sous-lobes dont l'amplitude maximum se situe en général au même niveau. Une antenne ayant un lobe arrière situé entre -20 et -30 dB est considérée comme ayant une bonne "protection arrière".

Plus l'antenne est longue, plus le lobe principal se rétrécit (c'est le but), mais plus le nombre de lobes latéraux augmente. Les deux premiers lobes, apparaissant symétriquement de chaque côté du lobe principal, sont prépondérants. Les autres lobes, dits lobes secondaires, décroissent très vite et sont considérés comme négligeables à partir de -23 dB . Une antenne ayant ses deux premiers lobes latéraux ne dépassant pas -11 à -12 dB est considérée comme "propre" ou "saine". L'ensemble des autres lobes secondaires est appelé rayonnement diffus.

L'antenne dont les diagrammes de rayonnement sont représentés par la figure 1.8.1 répond à ces critères. Malgré les distorsions et perturbations diverses observées, on note le même nombre de lobes dans les deux plans, avec un net rétrécissement sur les côtés dans le plan E. Les explications sont données dans le chapitre 4 consacré à l'antenne Yagi-Uda.

1.10) Bande passante en gain

C'est le domaine de fréquence dans lequel l'antenne est utilisable. La bande passante est souvent donnée à mi-puissance (-3 dB). Dans certains cas, elle peut être donnée à -1 dB (antennes radio-amateur).

Si la bande passante ne couvre que quelques pourcents de la fréquence "optimale" de travail de l'antenne, l'antenne est dite à *bande étroite*. C'est le cas généralement des antennes des radio-amateurs. La bande 144 MHz, par exemple, ne couvre que 2 MHz, soit environ 1,4 % de la fréquence "optimale".

A l'inverse, si la bande passante couvre plus de 25 % de la fréquence "optimale", l'antenne est dite à *large bande*. Les antennes TV couvrant de 470 à 860 MHz couvrent presque une octave. Elles sont dites à *très large bande*.

A l'intérieur de la bande passante, on s'efforce de conserver un diagramme de rayonnement répondant au mieux aux critères de "protection arrière" et de "propreté" définis plus haut, afin d'assurer un fonctionnement correct.

Dans le cas des antennes Yagis-Uda et assimilées, la bande passante est asymétrique par rapport à la fréquence "optimale".

Par exemple, dans le cas des antennes TV UHF à très large bande, la fréquence optimale se situe vers 850 MHz, même si ces antennes sont encore utilisables à 470 MHz, moyennant quelques artifices. Par contre, Ce type d'antenne ne fonctionne plus à 900 MHz.

Une antenne Yagi-Uda traditionnelle optimisée pour fonctionner sur une fréquence f_0 verra ses performances diminuer plus lentement du côté des fréquences inférieures à f_0 que du côté des fréquences supérieures à f_0 .

En règle générale, la bande passante en gain est beaucoup plus large que la bande passante en adaptation. Se reporter au chapitre traitant des impédances.

1.11) Notion d'impédance

Le mot *impedance* (francisé sous la forme *impédance*) fut introduit en 1886 par Oliver Heaviside (1850 – 1925), à partir du verbe *to impede*, signifiant "retenir", "empêcher", ce verbe étant lui-même dérivé du latin *impedire*, signifiant "entraver", "empêcher de marcher".

Les notions de résistance et d'impédance sont très proches l'une de l'autre. La résistance *s'oppose* au passage du courant, tandis que l'impédance *empêche* le courant de passer.

On se trouve donc en présence de phénomènes très voisins, mais dont les conséquences sont très différentes.

La résistance traversée par un courant électrique dissipe une certaine quantité d'énergie en vertu de la loi de Joule. Cette énergie dissipée se traduit par un échauffement de la résistance. On parle alors d'énergie thermique.

L'impédance traversée par un courant électrique dissipe une certaine quantité d'énergie, non plus en vertu de la loi de Joule, mais en fonction de certaines caractéristiques du courant traversant l'impédance, et de la nature de l'impédance elle-même. Si l'impédance est un moteur électrique, l'énergie électrique sera transformée en mouvement mécanique. Si on est en présence de courants haute-fréquence et si l'impédance est une antenne, l'énergie transportée par le courant sera transformée en rayonnement électromagnétique. De même, s'il s'agit de courant audio-fréquence et si l'impédance est un haut-parleur, l'énergie électrique sera transformée en énergie acoustique.

L'impédance est donc une résistance qui a la propriété de transformer une forme d'énergie en une autre forme, elle-même différente de la simple énergie thermique.

Si on symbolise les deux grandeurs par une "boîte noire" dans laquelle circule un courant, on peut mesurer aux bornes d'entrée de la boîte noire une différence de potentiel qui obéit à la loi d'Ohm. Il en résulte que l'unité caractérisant la résistance et l'impédance est la même, à savoir, l'*Ohm*.

L'impédance est une caractéristique intrinsèque à tout dispositif électrique. Il en résulte que tout dispositif transformant une énergie électrique en une autre forme d'énergie possède une

impédance propre, et que tout dispositif utilisateur d'énergie possède également une impédance propre. On démontre que le transfert d'énergie du générateur vers l'utilisateur (on parlera de *charge* par la suite) est optimal quand les deux impédances sont égales. Lorsque les impédances sont égales, on dit qu'elles sont *adaptées*. Réciproquement, on dit que *l'adaptation d'impédance* est optimale quand les deux impédances sont égales.

Mais dans la plupart des cas, l'impédance du générateur et celle de la charge sont différentes. Afin d'assurer un transfert optimal de l'énergie du générateur à la charge, on est amené à introduire entre les deux un troisième dispositif permettant *l'adaptation* de l'impédance du générateur à celle de la charge. On parle alors soit d'*adaptateur* soit de *transformateur d'impédance*.

En radio-électricité, la nature de l'impédance est telle qu'une branche des mathématiques appelée *arithmétique des nombres complexes* est particulièrement bien adaptée aux calculs sur les impédances. En d'autres termes, si la résistance est entièrement décrite par un nombre réel pur, on doit recourir à un nombre complexe pour décrire correctement une impédance. Cela vient du fait que les impédances sont généralement composées d'une partie dite *résistive*, c'est-à-dire qui se comporte comme une résistance pure, et d'une partie dite *réactive* qui se comporte différemment d'une résistance pure. La partie réactive est appelée *réactance*. Une réactance ne transforme pas une forme d'énergie en une autre. Elle peut seulement l'accumuler et la restituer. Si les courants traversant une réactance sont sinusoïdaux, les tensions apparaissant aux bornes de la réactance ne sont pas en phase avec les courants y circulant, mais en quadrature. C'est cette particularité qui permet de traiter les impédances comme des nombres complexes.

Soit R la partie résistive* de l'impédance et X sa partie réactive. L'impédance s'écrit alors:

$$Z = R + jX$$

où:

Z est l'impédance globale résultant de la combinaison de la résistance et de la réactance.

* Les termes *réel* et *imaginaire*, traditionnels dans la théorie des nombres complexes, se réfèrent plutôt à des concepts mathématiques que physiques. Ils ont donc été remplacés par les termes *résistif* et *réactif* qui sont plus "parlants" pour les électriciens. Cependant, le terme *résistif* ayant une connotation par trop restrictive renvoyant à la notion de résistance pure dissipatrice de chaleur, lui aussi a été systématiquement remplacé, dans tout ce qui suit, par le terme *actif*, en opposition au terme *réactif*. Toutefois, le terme *résistance* et le symbole R ont été conservés.

2 – L'ANTENNE FONDAMENTALE: LE DIPOLE

Les premiers travaux de recherche théorique concernant le *dipôle* remontent aux années 1920. Les premières formules de calcul datent des années 1930. Depuis cette époque, elles n'ont cessé d'être affinées.

2.1) Rappels

$$k = \text{nombre d'ondes, tel que } k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$Z_0 = \text{impédance intrinsèque de l'espace, telle que } Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \mu_0 c$$

$$\text{soit numériquement } Z_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2,99792458 \cdot 10^8 \approx 119,91699 \cdot \pi \approx 376,73 \Omega$$

$$\text{il en résulte que le facteur } \frac{Z_0}{4\pi} \text{ a pour valeur } \frac{Z_0}{4\pi} = 29,9792458 \Omega, \text{ soit } \frac{Z_0}{4\pi} \approx 30 \Omega$$

2.2) Impédance propre d'un dipôle isolé en espace libre

La formulation qui suit a été reprise par Constantine A. Balanis [1] en utilisant la méthode dite de la *force électromotrice induite*, qui suppose une distribution sinusoïdale idéale du courant dans l'élément. Les résultats obtenus sont très proches de ceux donnés par la méthode dite des *moments*. L'avantage de la solution donnée par la méthode de la *FEM induite* est sa rapidité de calcul, par rapport à celle de l'autre solution.

Cette solution fait appel aux fonctions "cosinus intégral" (Ci), "cosinus intégral modifié" (Cim) et "sinus intégral" (Si). Ces fonctions sont décrites sommairement en annexe.

2.2.1) Définition des paramètres

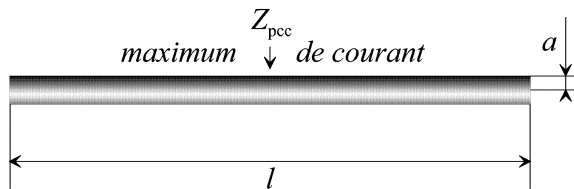


Figure 2.2.1a

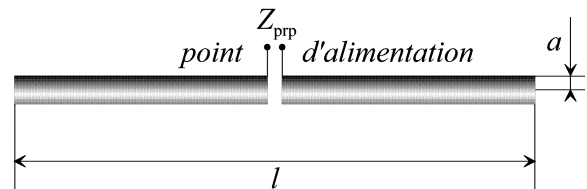


Figure 2.2.1b

l = longueur du dipôle

a = rayon (ou demi-diamètre) du dipôle

Z_{pcc} = impédance propre du dipôle au maximum de courant (Figure 2.2.1a)

Z_{prp} = impédance propre du dipôle au point d'alimentation (Figure 2.2.1b)

2.2.2) Partie active de l'impédance propre:

Résistance propre au maximum de courant (dipôle en "court-circuit", figure 2.2.1a)

$$R_{pcc} = \frac{Z_0}{4\pi} [2 \text{Cim } kl + \sin kl (\text{Si } 2kl - 2 \text{Si } kl) - \cos kl (\text{Cim } 2kl - 2 \text{Cim } kl)] \quad (2.2.1)$$

Résistance propre au point d'alimentation (figure 2.2.1b)

$$R_{\text{prp}} = \frac{R_{\text{pcc}}}{\sin^2(kl/2)} \quad (2.2.2)$$

2.2.3) Partie réactive de l'impédance propre:

Réactance propre au maximum de courant (dipôle en "court-circuit", figure 2.2.1a)

$$X_{\text{pcc}} = \frac{Z_0}{4\pi} [2\text{Si } kl - \cos kl (\text{Si } 2kl - 2\text{Si } kl) + \sin kl (\text{Ci } 2kl - 2\text{Ci } kl + \text{Ci } k a^2/l)] \quad (2.2.3)$$

Réactance propre au point d'alimentation (figure 2.2.1b)

$$X_{\text{prp}} = \frac{X_{\text{pcc}}}{\sin^2(kl/2)} \quad (2.2.4)$$

Remarque:

La méthode de la FEM induite montre que, si la partie active de l'impédance ne varie pas avec le diamètre du dipôle, la partie réactive en dépend fortement. Cependant, la méthode plus fine des moments prévoit que la partie active varie également, mais très légèrement, ce que la pratique confirme.

Cas particulier: Le dipôle demi-onde: ($l = \frac{\lambda}{2}$)

Ici, les formules (2.2.2) et (2.2.3) se réduisent comme suit:

$$R = \frac{Z_0}{4\pi} \text{Ci } 2\pi \approx 73,08 \, \Omega \quad \text{et} \quad R = \frac{Z_0}{4\pi} \text{Si } 2\pi \approx 42,52 \, \Omega \quad (2.2.5) \text{ et } (2.2.6)$$

soit

$$\boxed{Z \approx 73,08 + j42,52 \, \Omega} \quad (2.2.7)$$

Comme la réactance du dipôle varie fortement avec son diamètre, celui-ci influera sur la longueur à calculer pour "accorder" le dipôle à la résonance, autrement dit, pour annuler la réactance.

Le tableau suivant donne quelques valeurs.

Diamètre (λ)	Longueur (λ)	Longueur ($\lambda/2$)	Impédance (Ω)
0,001	0,4804	0,9608	65,0 + j0,0
0,002	0,4776	0,9552	64,0 + j0,0
0,005	0,4724	0,9448	62,1 + j0,0
0,010	0,4665	0,9331	59,9 + j0,0
0,020	0,4574	0,9148	56,8 + j0,0

Remarque: la longueur et l'impédance diminuent lorsque le diamètre augmente.

2.3) Rayonnement et gain du dipôle isolé dans l'espace

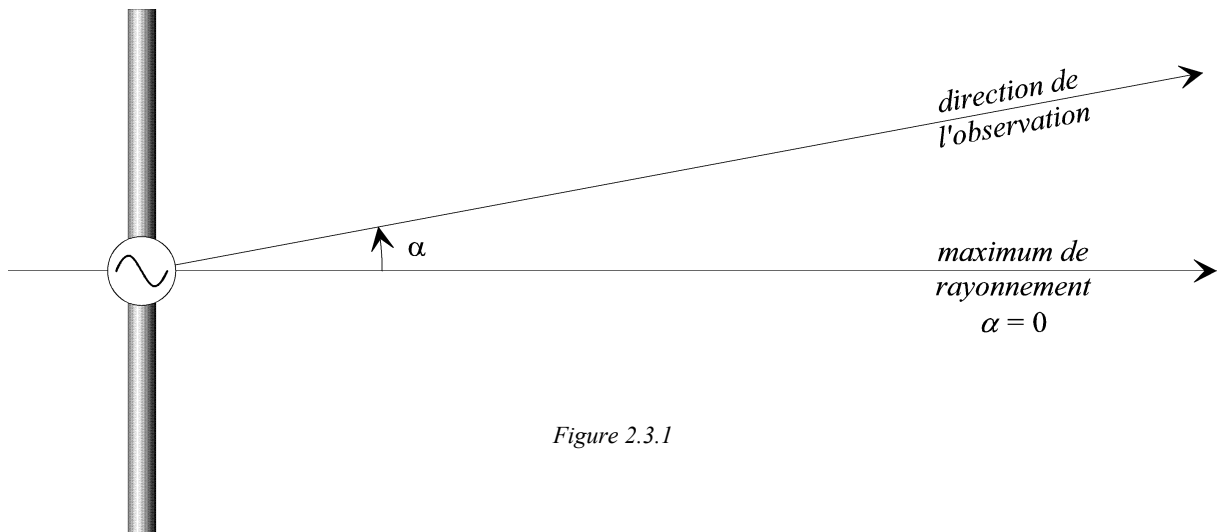


Figure 2.3.1

2.3.1) Diagramme de rayonnement

La puissance rayonnée par le dipôle est donnée par la formule suivante:

$$P_E(\alpha) = \frac{Z_0 I}{4\pi} \cdot \left[\frac{\cos(kl/2 \sin \alpha) - \cos(kl/2)}{\cos \alpha} \right]^2 \quad (2.3.1)$$

Où

l = longueur du dipôle

I = courant efficace circulant dans le dipôle

α = direction dans laquelle le rayonnement est mesuré

$P_E(\alpha)$ = puissance rayonnée dans la direction α

Pour $l = \lambda/2$, la formule (2.3.1) se réduit comme suit:

$$P_E(\alpha) = \frac{Z_0 I}{4\pi} \cdot \left[\frac{\cos(\pi/2 \sin \alpha)}{\cos \alpha} \right]^2 \quad (2.3.2)$$

Le diagramme de rayonnement calculé avec la formule (2.3.2) a la forme d'un "8".

- La figure 2.3.2 représente le diagramme sur une échelle linéaire graduée de 0 à 1.
- La figure 2.3.3 représente le même diagramme sur une échelle logarithmique, graduée de 0 à -40 dB.

2.3.2) Directivité et gain

La directivité d'un dipôle de longueur quelconque l est donné par la formule suivante:

$$D_{iso} = \frac{4}{2 \text{Cim } kl + \sin kl (\text{Si } 2kl - 2 \text{Si } kl) - \cos kl (\text{Cim } 2kl - 2 \text{Cim } kl)} \quad (2.3.3)$$

Le gain différent très peu de la directivité peut s'écrire:

$$G_{iso} \approx D_{iso} \quad (2.3.4)$$

Cas particulier: Le dipôle demi-onde: ($l = \frac{\lambda}{2}$)

Dans le cas du dipôle demi-onde, la formule (2.3.3) se réduit à:

$$D_{\text{iso}} = \frac{4}{\text{Cim } 2\pi} \quad (2.3.5)$$

Numériquement, on obtient:

$$D_{\text{iso}} \approx 1,6407 \quad \text{soit} \quad G_{\text{iso}} \approx 1,64 \quad (2.3.6) \text{ et } (2.3.7)$$

ou encore, sous forme logarithmique:

$$\boxed{G_{\text{dBi}} \approx 2,15 \text{ dBi}} \quad (2.3.8)$$

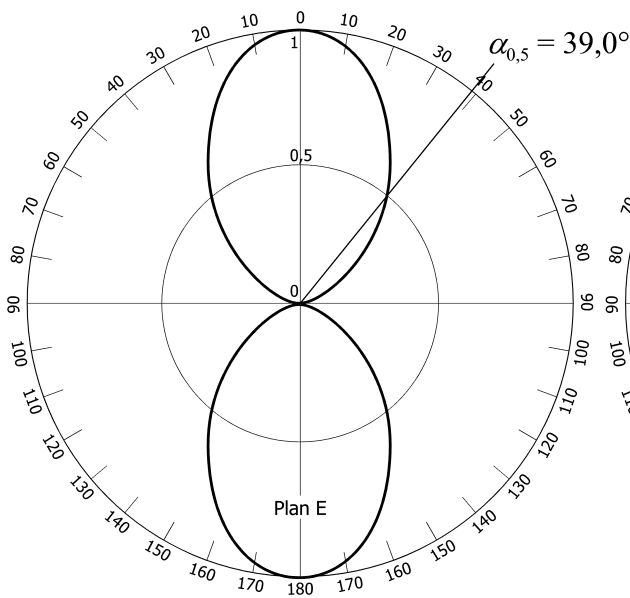


Figure 2.3.2

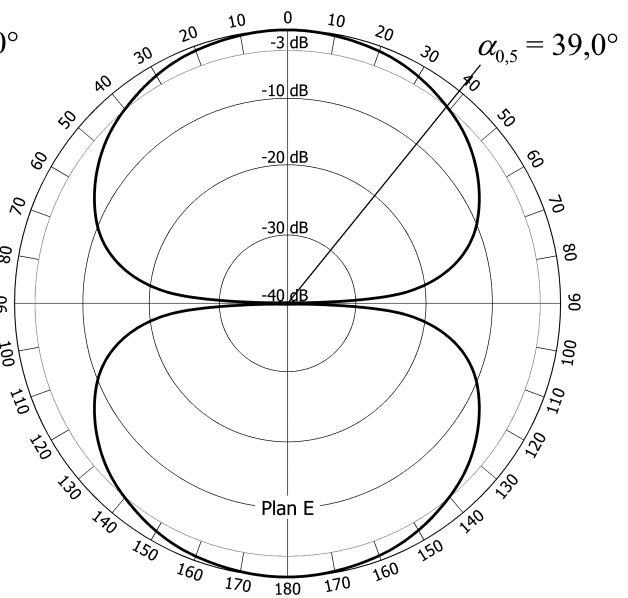


Figure 2.3.3

2.3.2) Angle d'ouverture à demi-puissance

L'angle d'ouverture à mi-puissance est la solution de l'équation:

$$\left[\frac{\cos(\pi/2 \sin \alpha)}{\cos \alpha} \right]^2 = \frac{1}{2} \quad (2.3.9)$$

soit:

$$\boxed{\alpha_{0,5} \approx 39^\circ} \quad (2.3.10)$$

3 – GROUPEMENT DE DIPOLES

Avant d'aborder l'antenne Yagi-Uda proprement dite, on dira quelques mots à propos des groupements de dipôles espacés à distance constante, et alimentés uniformément en phase et en amplitude. Ce genre de montage, toujours utilisé dans certaines applications où l'antenne Yagi-Uda n'est pas forcément bien adaptée, est probablement à l'origine de cette dernière. L'antenne Yagi-Uda n'est jamais qu'un groupement de dipôles couplés entre eux par le simple fait qu'ils rayonnent, et que ce rayonnement bien maîtrisé a donné naissance à une antenne géniale de conception mécanique simple, et dont l'efficacité électrique n'est plus à démontrer (voir chapitre 4).

3.1) Description sommaire, applications

On distingue deux styles fondamentaux de couplages:

- 1) Les dipôles sont alignés bout à bout. On parle alors de couplage *colinéaire* (*collinear stacking*).
- 2) Les dipôles sont disposés côte à côte. On parle alors de couplage *en nappe* (*broad side stacking*).

D'une manière générale, les groupements colinéaires sont surtout utilisés dans des applications où un rayonnement omnidirectionnel est souhaité. Mais alors, la polarisation sera verticale (voir § 1.5). C'est le cas des antennes d'émission des radios FM locales, souvent des groupements de 2 à 4 dipôles, ou encore, des relais FM des radio-amateurs, où des alignements de 8 dipôles l'un au-dessous de l'autre ne sont pas rares. Un tel arrangement donne un diagramme de rayonnement en forme approximative d'assiette, concentrant l'énergie du mieux possible sur l'horizon. Il en résulte un gain substantiel (en gros 8 dBi pour 4 dipôles et 11 dBi pour 8 dipôles).

Si les alignements en nappe sont peu utilisés seuls, les deux styles sont souvent combinés. C'est cette configuration qui est adoptée majoritairement dans les antennes d'émission des émetteurs TV régionaux de grande puissance et dans les antennes sectorielles équipant les stations de base des réseaux téléphoniques cellulaires (le fameux GSM).

Un "avatar" particulier de l'antenne Yagi-Uda est un alignement de dipôles de longueurs et d'espacements augmentant progressivement de l'avant vers l'arrière, tous alimentés en phase progressive. Ce montage bien particulier s'appelle antenne *log-périodique*. Sa bande passante est très large et s'étale entre la fréquence de résonance de l'élément le plus long et celle du plus court. A une fréquence donnée à l'intérieur de la bande passante, le gain ne peut excéder 8 dBi. Cette antenne bien particulière fait l'objet d'une étude très détaillée dans [1]. Il n'en sera pas question ici.

3.1) Diagramme de rayonnement, facteur de réseau

Le fait que les dipôles soient tous espacés et alimentés uniformément, tant en phase qu'en amplitude, simplifie considérablement les calculs.

La figure 3.1.1 représente un groupement de sources isotropes ou un groupement en nappe de dipôles vus par le bout.

Le *facteur de réseau*, explicité ci-après, permet de calculer les diagrammes de rayonnement d'un tel alignement.

Soit n le nombre de sources isotropes ou de dipôles couplés et d la distance séparant deux sources adjacentes. Cette distance étant identique pour toutes les sources, on pose alors:

$$\psi = \frac{2\pi d}{\lambda} \cos \alpha \quad (3.1.1)$$

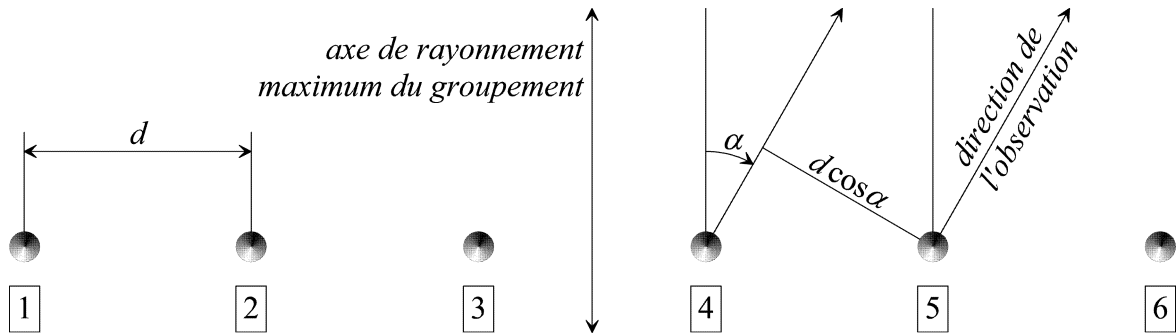


Figure 3.1.1

On en déduit le facteur de réseau F , appelé parfois "équation de la marguerite".

$$F = \frac{\sin^2 n \psi}{n \sin^2 \psi} \quad (3.1.2)$$

La figure 3.1.2 représente un groupement colinéaire. Le rayonnement de ce couplage est omnidirectionnel dans le plan perpendiculaire à l'axe de l'alignement, donc à l'axe des dipôles, et au plan de la feuille. Il s'agit du plan H.

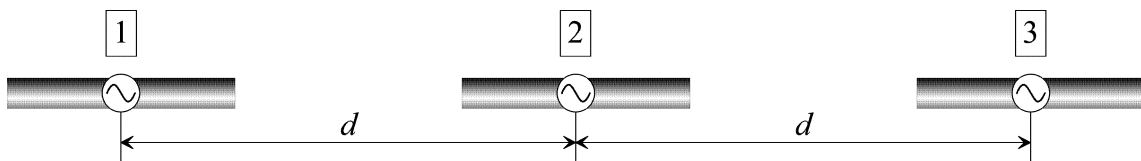


Figure 3.1.2

Dans le plan de la feuille, donc le plan E, le diagramme de rayonnement du dipôle isolé est donné par la formule (3.1.3), forme *normalisée* de la formule (2.3.2), largement suffisante dans la majorité des cas (la *normalisation* d'une formule consiste à attribuer *arbitrairement* la valeur unitaire à la partie ne dépendant pas de la variable ou de l'argument):

$$P(\alpha) = \left[\frac{\cos(\pi/2 \sin \alpha)}{\cos \alpha} \right]^2 \quad (3.1.3)$$

la formule générale applicable à un couplage colinéaire de dipôles s'écrit finalement

$$P(\alpha) = \left[\frac{\cos(\pi/2 \sin \alpha)}{\cos \alpha} \cdot \frac{\sin n \psi}{n \sin \psi} \right]^2 \quad (3.1.4)$$

Les formules (3.1.1) et (3.1.2) sont générales et peuvent s'appliquer à n'importe quel groupement d'antennes, dès l'instant qu'elles sont d'une part, identiques, et d'autre part, espacées et alimentées uniformément, tant en amplitude qu'en phase. Les groupements d'antennes Yagi-Uda entrent dans cette catégorie.

4 – L'ANTENNE YAGI-UDA

4.1) Origine

L'étude originale et les principes de fonctionnement de cette antenne ont d'abord été décrits par son inventeur, Shantaro Uda, de l'Université Impériale Tohoku, Tokyo, Japon, dans le *Journal of I.E.E of Japan*, en 1926, puis en 1927. A l'époque, ces articles rédigés en japonais passèrent pratiquement inaperçus hors du Japon.

Ces articles furent repris plus tard par un des collègues de Shantaro Uda, le professeur Hidetsugu Yagi, et surtout, traduits en anglais et publiés en 1928 sous la forme d'un seul article. H. Yagi et S. Uda y décrivent leur invention comme un dispositif canalisant les ondes, une sorte d'antenne à "canal d'onde". Malgré l'insistance de H. Yagi à bien préciser que S. Uda est à l'origine du dispositif, on y fait référence, souvent par abus de langage, sous le nom d'*antenne Yagi* partout dans le monde. Cependant, les spécialistes conservent, à juste titre, la dénomination *Yagi-Uda*. C'est le terme qui sera utilisé dans tout ce qui suit.

Les premiers travaux de S. Uda ont été faits sur une longueur d'onde d'environ 4,40 m (soit une fréquence d'environ 65 ~ 70 MHz).

Il a fallu attendre 1928 pour enfin connaître les premiers résultats de ces travaux. Lors d'un voyage aux USA, H. Yagi les présenta à l'occasion de rencontres organisées par l'*Institute of Radio Engineers (IRE)*, à New York, Washington et Hartford. Ces travaux furent publiés dans les *Proceedings of the IRE*, en juin 1928, où J.H. Dellinger, *Chief of Radio Division, Bureau of standards*, Washington, D.C., lui-même un pionnier des ondes radio à l'époque, les qualifia d' "exceptionnellement fondamentaux", et écrivit: "après avoir écouté ce brillant exposé, je fus intimement convaincu qu'il deviendrait un classique". De fait, la transcription de cette mémorable présentation, publiée en 1928, fut republiée *in extenso* en 1984 dans les *Proceedings of the IEEE*, à l'occasion de la célébration du centenaire de l'*IEEE*.

Depuis cette époque, l'antenne Yagi-Uda a fait (et fait toujours) l'objet de beaucoup de recherches, tant théoriques qu'expérimentales, partout dans le monde, aussi bien chez les professionnels que chez les amateurs, avec de nombreuses publications à l'appui.

Avec l'apparition, à partir des années 1950, de la télévision utilisant les ondes métriques (VHF), puis les ondes centimétriques (UHF), l'antenne Yagi-Uda s'est révélée être un dispositif d'une simplicité mécanique remarquable, facilement reproductible à très grande échelle, et facile à mettre en œuvre. On peut affirmer sans beaucoup se tromper que des centaines de millions de telles antennes, dans leur version allégée "grand public", sont en service quotidien à l'heure actuelle dans le monde entier.

4.2) Description et fonctionnement

Pour générer un rayonnement longitudinal, les éléments *parasites* (c.à.d. ceux qui n'interagissent que du fait de leur simple présence), dans la direction du faisceau, sont un peu plus courts que l'élément alimenté. Typiquement, l'élément alimenté (on dit aussi *élément piloté*, traduction de l'anglais *driven element*) est presque résonant, avec une longueur légèrement inférieure à la demi-onde (environ 0,49 ~ 0,45 λ), alors que la longueur des directeurs varie entre 0,45 et 0,40 λ . Cependant, les directeurs n'ont pas nécessairement tous la même longueur ni le même diamètre. Par ailleurs, dans une antenne bien optimisée, les espacements entre les éléments peuvent s'échelonner entre 0,30 et 0,40 λ et ne sont pas nécessairement répartis uniformément. L'expérience semble montrer aussi que, pour une longueur donnée, il y ait un nombre optimal d'éléments, et que ce nombre d'éléments augmente moins vite que la longueur. Autrement dit, plus l'antenne optimisée est longue, plus les espacements sont grands. Pour des antennes mesurant 6 à 7 λ de long, des espacements pouvant aller jusqu'à 0,42 λ ont donné de bons résultats. Mais pour des espacement plus grands que cette valeur, le gain chute spectaculairement (5 à 7 dB). On note aussi que le gain

varie peu avec le diamètre des éléments, jusqu'à environ $0,02 \sim 0,03 \lambda$. Enfin, le réflecteur est un peu plus long que l'élément alimenté, sa longueur étant très voisine de la demi-onde. Son espacement avec l'élément alimenté semble optimal vers $0,2 \lambda$.

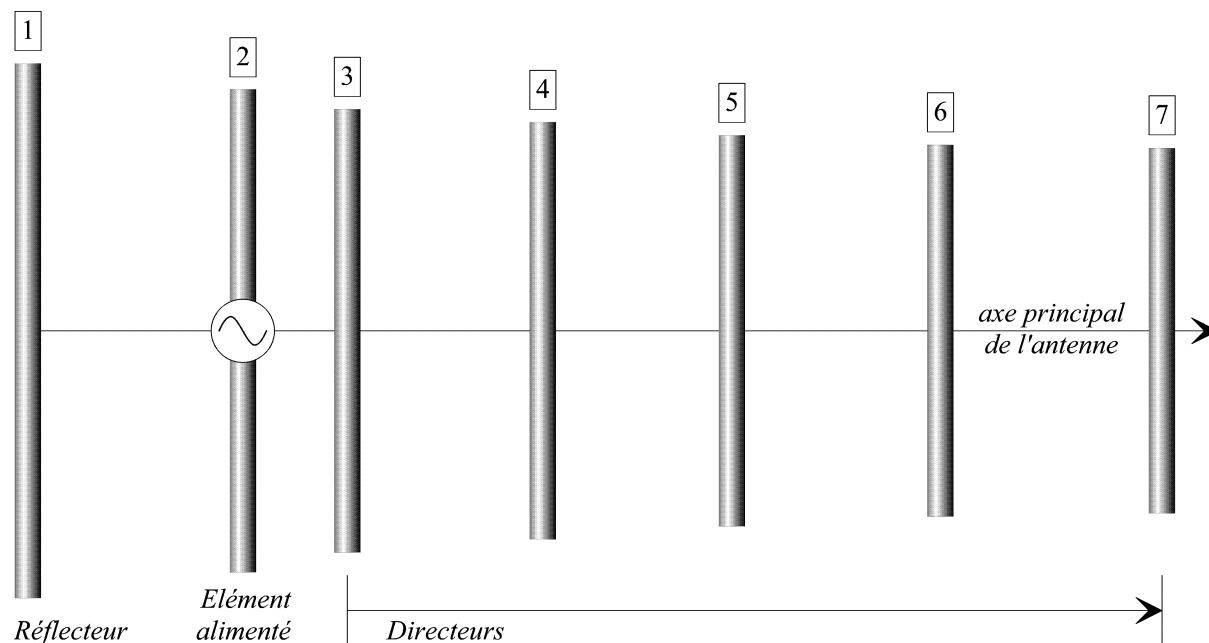


Figure 4.2.1

Comme la longueur de chaque élément est plus courte que sa longueur à la résonance, chacune de leur impédance est capacitive, et le courant qui les traverse est en avance sur la FEM induite. Inversement, l'impédance du réflecteur est inductive et le courant est en retard sur la FEM induite. La phase totale des courants dans le réflecteur et les directeurs n'est pas seulement déterminée par leurs longueurs, mais aussi par les distances les séparant. Ainsi, des éléments correctement espacés, avec des longueurs légèrement inférieures à leur longueur de résonance (donc inférieures à la demi-onde), agissent comme des directeurs parce qu'ils forment un alignement avec des courants approximativement égaux en intensité, mais avec des décalages de phase progressifs d'un élément à l'autre, ce qui renforce vers les directeurs le champ rayonné par l'élément alimenté. De même, un élément correctement espacé, ayant une longueur égale ou légèrement supérieure à la demi-onde, agit alors comme un réflecteur.

On peut ainsi considérer l'antenne Yagi-Uda comme une structure générant une onde progressive (le "canal d'onde" de S. Uda), et dont l'efficacité est déterminée par la distribution des courants dans les éléments et la vitesse de phase de l'onde le long de l'antenne. Noter que toute cette discussion sur la longueurs du réflecteur, de l'élément alimenté et des directeurs se fonde sur la résonance fondamentale, très proche de la demi-onde. On pourrait utiliser les résonances d'ordre supérieur (onde entière, trois demi-onde, etc.), mais c'est rarement le cas.

En pratique, le rôle du réflecteur est joué par l'élément situé juste "derrière" l'élément alimenté. L'adjonction de plusieurs réflecteurs l'un derrière l'autre sur le même axe n'améliore pas de manière significative l'efficacité de l'alignement. Cependant, des réflecteurs disposés perpendiculairement à l'axe de l'antenne peuvent améliorer la protection arrière. En général, leur nombre n'excède pas 2 ou 3. Par contre, on apporte des améliorations considérables en augmentant le nombre de directeurs de l'alignement, mais au-delà d'une certaine limite, cette amélioration va en diminuant, du fait de l'intensité réduite des courants induits dans les éléments situés tout à l'avant de l'antenne.

L'antenne Yagi-Uda est principalement caractérisée par ses *gain avant*, *rapport avant-arrière*, *intensité des lobes latéraux*, sa *bande passante en gain*, et par ses *impédance* et *bande passante en impédance*. Les longueurs et diamètres des éléments, de même que leurs

espacements respectifs, déterminent les caractéristiques optimales. Pendant de longues années, toutes les études d'optimisation ont été faites expérimentalement. Mais depuis l'avènement des ordinateurs rapides, beaucoup de techniques de calcul fondées sur des formulations analytiques ont été utilisées afin de déterminer les dimensions géométriques de l'antenne pour une efficacité optimale.

En général, les antennes Yagi-Uda présentent une impédance d'entrée assez basse et une bande passante relativement étroite (de l'ordre de 2%). Les améliorations apportés à ces deux paramètres se font toujours au détriment des autres (tels que le gain, les lobes latéraux, etc.). Généralement, on choisit un compromis adapté au mieux à un projet particulier. Une manière d'augmenter l'impédance d'entrée sans dégrader les autres paramètres est d'utiliser un élément "multiplicateur d'impédance" (tel le *trombone*, avec un facteur multiplicatif d'environ 4). On peut aussi obtenir de bons rapports avant-arrière (15 à 30 dB) en augmentant un peu les espacements au-dessus de l'optimum, mais là aussi, un compromis s'impose, si on veut conserver ou améliorer les autres paramètres.

On peut résumer l'antenne Yagi-Uda en disant que son efficacité dépend des quatre constituants suivants:

- 1) Le réflecteur.
- 2) L'élément alimenté (ou *piloté*, ou *activé*).
- 3) Le premier directeur.
- 4) L'arrangement des autres directeurs.

Il en a été conclu ce qui suit, tant expérimentalement que par le calcul.

- 1) La longueur et l'espacement du réflecteur agissent peu sur le gain avant, mais ont des effets significatifs sur le rapport avant-arrière et sur l'impédance d'entrée. On peut donc "jouer" sur cet élément pour optimiser ces deux paramètres sans trop affecter le gain de manière significative.
- 2) La longueur et le diamètre de l'élément alimenté ont peu d'effet sur le gain avant, mais une forte influence sur l'impédance et, dans une moindre mesure, sur le rapport avant-arrière. Sa géométrie est souvent choisie pour amener l'impédance le plus près possible d'une valeur normalisée, 50Ω par exemple.
- 3) Le premier directeur (numéro 3 sur la figure 4.2.1) a un rôle prépondérant dans l'antenne Yagi-Uda. Sa longueur et sa position ont une très grande influence à la fois sur le gain et sur l'impédance. C'est de loin l'élément le plus sensible de l'antenne. Ce fait fut mis en évidence expérimentalement par un radio-amateur français, Marc Tonna (F9FT) en 1946 ~ 1947, puis confirmé beaucoup plus tard par d'autres expérimentateurs, et enfin par le calcul sur ordinateur. C'est d'ailleurs sur cet *élément-clé* que se concentre toute l'énergie de l'antenne, et non sur l'élément alimenté, phénomène également confirmé par le calcul.
- 4) La longueur et l'espacement des autres directeurs ont une très forte influence sur tous les paramètres de l'antenne. L'efficacité de l'antenne dépend plus de la longueur et de la distribution des éléments le long de l'antenne que de leur nombre. L'optimisation se fait essentiellement en "jouant" simultanément sur la longueur et la position de chaque élément. Une longue patience est requise...

Si le développement d'une antenne Yagi-Uda comportant peu d'éléments (environ 5 à 6) est relativement rapide, la mise au point d'une antenne plus grande devient de plus en plus complexe au fur et à mesure que le nombre d'éléments augmente.

Afin d'augmenter le gain, on peut aussi coupler des antennes Yagi-Uda en réseau. Le fait de les coupler en phase réduit la largeur du lobe principal et atténue les lobes secondaires.

4.3) Formules du gain et du nombre optimal d'éléments

Le gain d'une antenne Yagi-Uda optimisée dépend beaucoup plus de sa longueur que du nombre de ses éléments.

La formule empirique suivante donne le gain de l'antenne Yagi-Uda en fonction de sa longueur L et de la longueur d'onde λ , les deux étant exprimées dans la même unité:

$$G_{\text{dBi}} \approx 11,6 + 8 \cdot \log \frac{L}{\lambda} \quad (4.3.1)$$

La formule (4.3.1) est représentée par le graphe de la figure 4.3.1

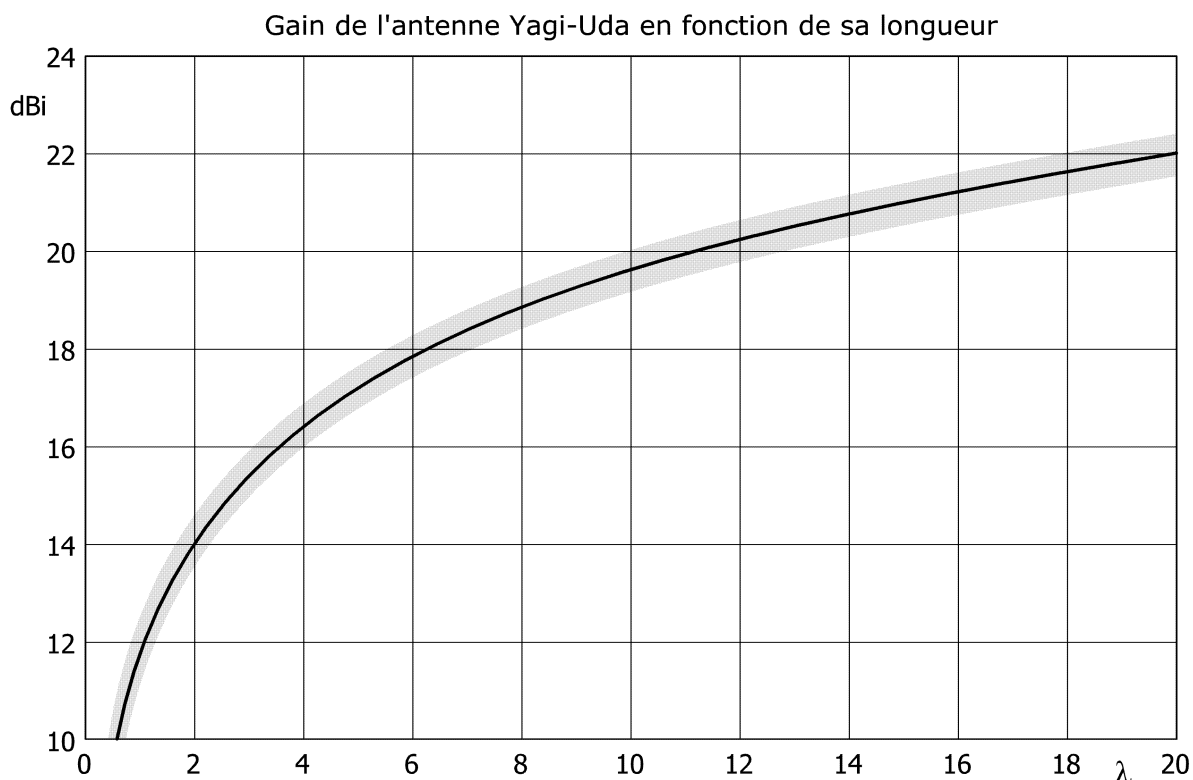


Figure 4.3.1

La bande en grisé représente la zone d'incertitude, en moyenne $\pm 0,5$ dB autour de la courbe en trait plein. Toutes les antennes de type Yagi-Uda réalisées par l'auteur "tombent" dans cette zone. Il en va de même pour la plupart des antennes étudiées et construites par d'autres expérimentateurs, professionnels ou amateurs.

Pour des longueurs supérieures à une longueur d'onde, la formule empirique suivante donne le nombre optimal d'élément. Elle est donnée pour mémoire, car elle demande encore à être vérifiée, surtout pour les grandes longueurs.

$$n \approx 6 + \text{int} \left[17 \cdot \log \frac{L}{\lambda} \right] \quad (4.3.2)$$

L'auteur est à l'origine des formules empiriques (4.3.1) et (4.3.2).

5 — IMPEDANCE PROPRE ET IMPEDANCE MUTUELLE

5.1) Impédance propre d'un dipôle isolé dans l'espace

Le cas du dipôle isolé dans l'espace libre été longuement traité au chapitre 2. Le lecteur est invité à s'y reporter.

5.2) Notion d'impédance mutuelle

La présence d'un obstacle — qui peut être un autre dipôle situé dans le voisinage du dipôle isolé étudié au chapitre 2 — va altérer la distribution du courant dans ce dernier, le champ qu'il rayonne, et au final, son impédance d'entrée. Ainsi, l'efficacité de cette antenne à deux dipôles va dépendre non seulement du courant qui circule dans le premier dipôle, mais aussi de celui qui circule dans le deuxième. Sans alimentation en courant qui leur soit propre, il peut apparaître des courants induits substantiels dans des dipôles proches de la résonance, localisés à proximité du dipôle alimenté. Ces dipôles "libres" sont appelés *éléments parasites*.

C'est le principe même de l'antenne Yagi-Uda: un seul

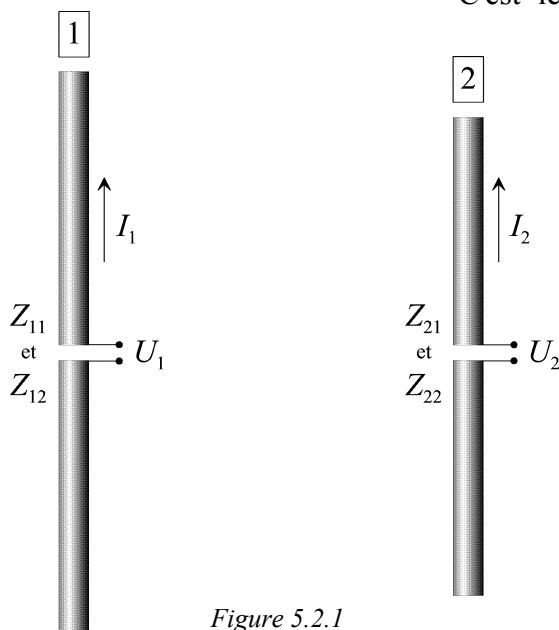


Figure 5.2.1

élément alimenté, et un arrangement d'éléments parasites, dont la longueur et la position relative jouent un rôle déterminant dans le fonctionnement de l'antenne. Les concepteurs d'antennes doivent donc tenir compte de l'interaction et des effets mutuels entre les différents éléments constitutifs de l'antenne. L'impédance du système, appelée aussi *impédance au point d'alimentation*, dépend non seulement de l'impédance propre en espace libre de l'élément alimenté, mais aussi des impédances mutuelles entre cet élément et tous les autres, ainsi que des impédances mutuelles des autres éléments entre eux et les obstacles environnants (structures de fixations, mâts, pylônes, etc.).

Pour simplifier l'analyse, on suppose une antenne constituée de deux éléments (figure 5.2.1). Ce système peut être représenté par un quadripôle (figure 5.2.2),

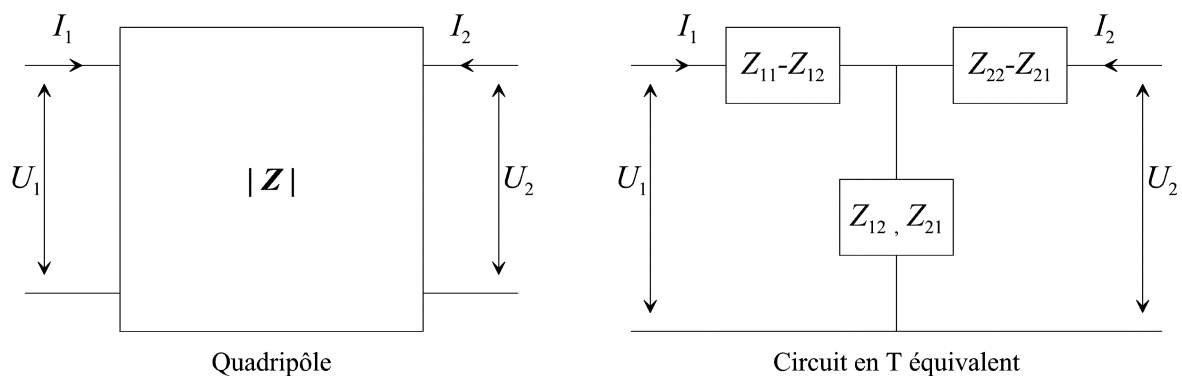


Figure 5.2.2

et par les relations tension-courant

$$\begin{aligned} U_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ U_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{aligned} \quad (5.2.1)$$

où

$$Z_{11} = \frac{U_1}{I_1} @ I_2 = 0 \quad (5.2.2a)$$

est l'impédance au port 1, avec le port 2 en circuit ouvert,

$$Z_{12} = \frac{U_1}{I_2} @ I_1 = 0 \quad (5.2.2b)$$

est l'impédance mutuelle au port 1 due au courant au port 2, le port 1 étant en circuit ouvert,

$$Z_{21} = \frac{U_2}{I_1} @ I_2 = 0 \quad (5.2.2c)$$

est l'impédance mutuelle au port 2 due au courant au port 1, le port 2 étant en circuit ouvert,

$$Z_{22} = \frac{U_2}{I_2} @ I_1 = 0 \quad (5.2.2d)$$

est l'impédance au port 2 due au courant au port 2, avec le port 1 en circuit ouvert.

Avec un quadripôle réciproque (cas des deux dipôles côte à côte), on a

$$Z_{12} = Z_{21} \quad (5.2.3)$$

(On trouvera dans [5] la démonstration détaillée du théorème de réciprocité).

Les impédances Z_{11} et Z_{22} sont les impédances d'entrée respectives des antennes 1 et 2 prises isolément et rayonnant en espace libre. Leur rapprochement provoque un *couplage* qui modifie ces impédances, et l'importance de cette modification dépend

- 1) du type de l'antenne,
- 2) des positions relatives des éléments,
- 3) du type d'alimentation des éléments.

On déduit du système d'équation (5.2.1) les relations suivantes:

$$Z_{1\text{alim}} = \frac{U_1}{I_1} = Z_{11} + Z_{12} \frac{I_2}{I_1} \quad (5.2.4a)$$

et

$$Z_{2\text{alim}} = \frac{U_2}{I_2} = Z_{21} \frac{I_1}{I_2} + Z_{22} \quad (5.2.4b)$$

$Z_{1\text{alim}}$ et $Z_{2\text{alim}}$ représentent les impédances aux points d'alimentation des antennes 1 et 2 respectivement. L'impédance à chacun de ces points dépend finalement de l'impédance propre de chaque élément pris isolément dans l'espace libre, de l'impédance mutuelle et du rapport de courant I_1/I_2 . Lors de la mise au point d'une antenne, c'est l'impédance au point d'alimentation qu'on essaie d'adapter au mieux. Il apparaît donc clairement que l'impédance mutuelle joue un rôle important dans l'efficacité d'une antenne et des recherches théoriques ont été conduites dans ce sens. Cependant, les analyses associées à ces recherches sont souvent fort complexes, et seuls des modèles à géométrie simple (ou simplifiée) peuvent être examinés avec la méthode de la FEM induite. Pour des géométries complexes, avec des configurations obliques ou courbes, on a recours à des méthodes plus fines, telle la méthode de l'équation intégrale et

des moments associée. Ces méthodes sont toutefois lourdes et exigent un minimum de puissance de calcul que seuls les ordinateurs de conception récente sont capables de fournir.

Heureusement, les antennes de type Yagi-Uda sont des structures à géométrie simple, et la "bonne vieille" méthode de la FEM induite donne des résultats fort acceptables.

5.3) Impédances mutuelles de deux dipôles disposés en nappe

La formulation qui suit a été établie par H. E. King [2] en utilisant également la méthode de la FEM induite, qui suppose une distribution sinusoïdale idéale du courant dans le dipôle. Les résultats obtenus sont très proches de ceux obtenus à l'aide de la méthode des moments. Comme pour les impédances propres, l'avantage de la solution de la FEM induite est sa rapidité de calcul par rapport à celle de l'autre solution.

Et comme pour les impédances propres, la solution de la FEM induite fait appel aux fonctions "cosinus intégral" (Ci) et "sinus intégral" (Si).

5.3.1) Définition des paramètres

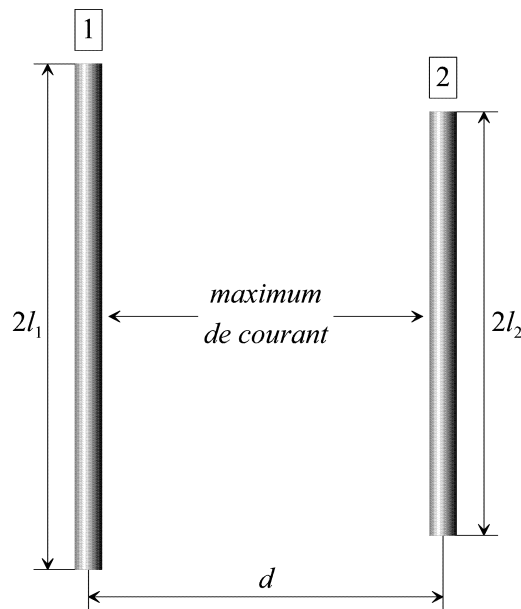


Figure 5.3.1a

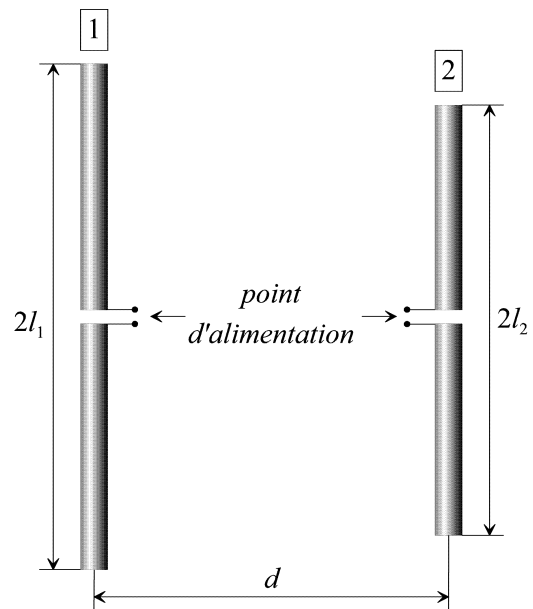


Figure 5.3.1b

- l_1 = demi-longueur du dipôle 1
- l_2 = demi-longueur du dipôle 2
- d = distance de centre à centre des deux dipôles

Noter que H.E. King [2] prend en considération les demi-longueurs des dipôles, alors que C.A. Balanis *et al.* [1] utilisent leurs longueurs entières.

5.3.2) Calculs préliminaires

$$l_p = l_1 + l_2 \quad \text{et} \quad l_m = l_1 - l_2 \quad (5.3.1) \text{ et } (5.3.2)$$

$$m_p = \sqrt{d^2 + l_p^2} - l_p \quad \text{et} \quad p_p = \sqrt{d^2 + l_p^2} + l_p \quad (5.3.3) \text{ et } (5.3.4)$$

$$m_m = \sqrt{d^2 + l_m^2} - l_m \quad \text{et} \quad p_m = \sqrt{d^2 + l_m^2} + l_m \quad (5.3.5) \text{ et } (5.3.6)$$

$$m_1 = \sqrt{d^2 + l_1^2} - l_1 \quad \text{et} \quad p_1 = \sqrt{d^2 + l_1^2} + l_1 \quad (5.3.7) \text{ et } (5.3.8)$$

$$m_2 = \sqrt{d^2 + l_2^2} - l_2 \quad \text{et} \quad p_2 = \sqrt{d^2 + l_2^2} + l_2 \quad (5.3.9) \text{ et } (5.3.10)$$

5.3.3) Partie active de l'impédance mutuelle:

$$r_1 = \cos kl_p (+ Ci km_p + Ci kp_p - Ci km_1 - Ci kp_1 - Ci km_2 - Ci kp_2 + 2 Ci kd) \quad (5.3.11a)$$

$$r_2 = \cos kl_m (+ Ci km_m + Ci kp_m - Ci km_1 - Ci kp_1 - Ci km_2 - Ci kp_2 + 2 Ci kd) \quad (5.3.11b)$$

$$r_3 = \sin kl_p (- Si km_p + Si kp_p + Si km_1 - Si kp_1 + Si km_2 - Si kp_2) \quad (5.3.11c)$$

$$r_4 = \sin kl_m (- Si km_m + Si kp_m + Si km_1 - Si kp_1 + Si km_2 - Si kp_2) \quad (5.3.11d)$$

Résistance mutuelle au maximum de courant (Figure 5.3.1a)

$$R_{mut} = \frac{Z_0}{4\pi} (r_1 + r_2 + r_3 + r_4) \quad (5.3.12)$$

Résistance mutuelle au point d'alimentation (Figure 5.3.1b)

$$R_{mpa} = \frac{R_{mut}}{\sin kl_1 \sin kl_2} \quad (5.3.13)$$

5.3.4) Partie réactive de l'impédance mutuelle:

$$x_1 = \cos kl_p (- Si km_p - Si kp_p + Si km_1 + Si kp_1 + Si km_2 + Si kp_2 - 2 Si kd) \quad (5.3.14a)$$

$$x_2 = \cos kl_m (- Si km_m - Si kp_m + Si km_1 + Si kp_1 + Si km_2 + Si kp_2 - 2 Si kd) \quad (5.3.14b)$$

$$x_3 = \sin kl_p (- Ci km_p + Ci kp_p + Ci km_1 - Ci kp_1 + Ci km_2 - Ci kp_2) \quad (5.3.14c)$$

$$x_4 = \sin kl_m (- Ci km_m + Ci kp_m + Ci km_1 - Ci kp_1 + Ci km_2 - Ci kp_2) \quad (5.3.14d)$$

Réactance mutuelle au maximum de courant (Figure 5.3.1a)

$$X_{mut} = \frac{Z_0}{4\pi} (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \quad (5.3.15)$$

Réactance mutuelle au point d'alimentation (Figure 5.3.1b)

$$X_{mpa} = \frac{X_{mut}}{\sin kl_1 \sin kl_2} \quad (5.3.16)$$

Différence entre *impédance au maximum de courant* et *impédance au point d'alimentation*.

Quand le dipôle est sans coupure (figure 5.3.1a), le courant passe par un maximum en son centre. On prend alors les impédances propres et mutuelles données respectivement par les formules (2.2.1) et (2.2.3), et par les formules (5.3.12) et (5.3.15).

Lorsque, pour assurer leur raccordement à une ligne de transmission, les dipôles sont ouverts en leur milieu (figure 5.3.1b), on prend les valeurs données respectivement par les formules (2.2.2) et (2.2.4), et par les formules (5.3.13) et (5.3.16).

Cas particulier:

Dipôles de longueurs égales et mesurant $\frac{\lambda}{2}$ (une demi-onde).

Les formules (5.3.1) et (5.3.14) se réduisent comme suit:

pour la résistance mutuelle

$$R_{\text{mut}} = \frac{Z_0}{4\pi} (2 \text{Ci } kd - \text{Ci } km_p - \text{Ci } kp_p) \quad (5.3.17)$$

ou, en utilisant de préférence les cosinus intégraux modifiés

$$R_{\text{mut}} = \frac{Z_0}{4\pi} (\text{Cim } km_p + \text{Cim } kp_p - 2 \text{Cim } kd) \quad (5.3.18)$$

pour la réactance mutuelle

$$X_{\text{mut}} = \frac{Z_0}{4\pi} (\text{Si } km_p + \text{Si } kp_p - 2 \text{Si } kd) \quad (5.3.19)$$

On note que l'*impédance au maximum de courant* et l'*impédance au point d'alimentation* se confondent, le terme en $\sin kl_1 \cdot \sin kl_2$ étant dans ce cas égal à 1.

On note aussi que dans les formules (5.3.18) et (5.3.19), lorsque d s'annule, autrement dit lorsqu'il ne reste plus qu'un seul dipôle, les termes en kd et km_p s'annulent et le terme en kp_p devient égal à 2π .

On retrouve alors la formule de l'impédance propre du dipôle demi-onde:

$$Z_{\text{pp}} = \frac{Z_0}{4\pi} (\text{Cim } 2\pi + j \text{Si } 2\pi) \quad (5.3.20)$$

6 – COURANTS DANS LES DIPOLES

6.1) Alignement de deux dipôles en nappe

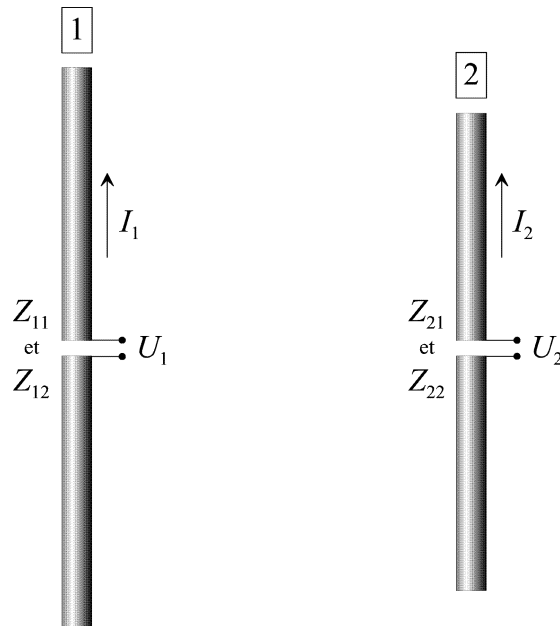


Figure 6.1.1

On rappelle:

Z_{11} = impédance propre du dipôle 1

Z_{12} = impédance mutuelle du dipôle 1 vers le dipôle 2

Z_{21} = impédance mutuelle du dipôle 2 vers le dipôle 1

Z_{22} = impédance propre du dipôle 2

I_1 = courant circulant dans le dipôle 1

I_2 = courant circulant dans le dipôle 2

La tension aux bornes du dipôle 1 a pour valeur:

$$U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \quad (6.1.1)$$

De même, aux bornes du dipôle 2:

$$U_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \quad (6.1.2)$$

Pour calculer les courants circulant dans les dipôles, il faut résoudre le système d'équations linéaires tel que:

$$\begin{aligned} U_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ U_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{aligned} \quad (6.1.3)$$

qui peut s'écrire sous forme matricielle:

$$\begin{vmatrix} U_1 \\ U_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \end{vmatrix} \quad (6.1.5)$$

Pour un alignement de n dipôles, on aura donc à résoudre un système linéaire de n équations à n inconnues, qui peut toujours s'écrire sous forme matricielle:

$$\begin{vmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Z_{11} & \dots & \dots & Z_{1n} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & \dots & \dots & Z_{nn} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_n \end{vmatrix} \quad (6.1.4)$$

Le tout pouvant encore s'écrire sous forme "zippée":

$$U = Z \cdot I \quad (6.1.7)$$

La matrice "courants" I — c'est "l'inconnue" — s'écrit alors:

$$I = Z^{-1} \cdot U \quad (6.1.8)$$

6.2) L'antenne Yagi-Uda

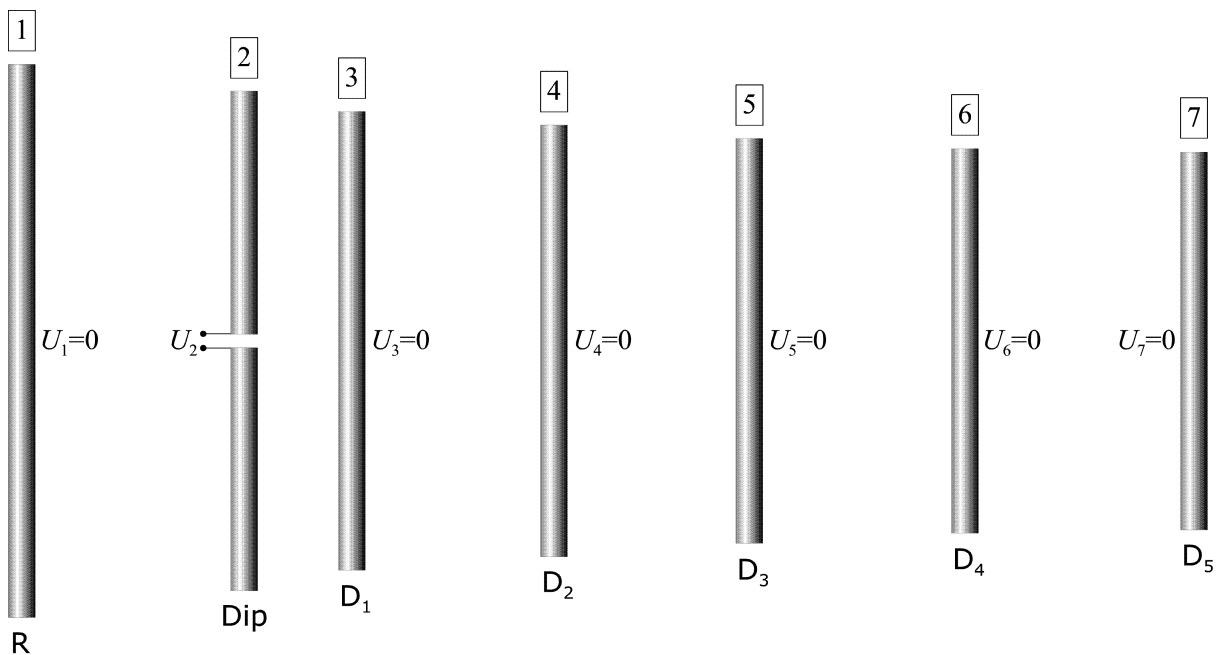


Figure 6.2.1: antenne Yagi-Uda typique, avec ses éléments de longueurs décroissantes.

Si on compte les éléments* dans l'ordre croissant en partant du réflecteur, seul l'élément 2 est alimenté (ou piloté). Les autres éléments étant en court-circuit sur eux-mêmes, la tension à leurs bornes fictives est alors nulle. Dans l'exemple ci-dessus, l'antenne contient 7 dipôles.

* Dans le langage des antennistes francophones, on réserve le terme *dipôle* au dipôle alimenté, les autres étant qualifiés de *réflecteur* ou de *directeurs*, selon leur emplacement, et le terme générique d'*éléments* appliqué à tous les dipôles indifféremment. Le dipôle alimenté est souvent dénommé *élément piloté*, traduction de l'anglais *driven element*. Cette terminologie particulière n'est appliquée qu'aux antennes de type Yagi-Uda.

L'antenne de l'exemple est donc qualifiée de *7 éléments Yagi*, ou simplement *7 éléments*.

6.2.1) Courants dans les éléments

L' "équation" de cette antenne à 7 dipôles, ou *7 éléments*, s'écrit:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ U_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} & Z_{15} & Z_{16} & Z_{17} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} & Z_{25} & Z_{26} & Z_{27} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} & Z_{35} & Z_{36} & Z_{37} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} & Z_{45} & Z_{46} & Z_{47} \\ Z_{51} & Z_{52} & Z_{53} & Z_{54} & Z_{55} & Z_{56} & Z_{57} \\ Z_{61} & Z_{62} & Z_{63} & Z_{64} & Z_{65} & Z_{66} & Z_{67} \\ Z_{71} & Z_{72} & Z_{73} & Z_{74} & Z_{75} & Z_{76} & Z_{77} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \end{pmatrix} \quad (6.2.1)$$

Une fois les courants connus, on peut en déduire la valeur de l'impédance au point d'alimentation de l'antenne, en appliquant la loi d'Ohm.

6.2.2) Impédance au point d'alimentation

Dans le cas de la figure 6.1.1, les impédances sont les suivantes:

$$\text{au dipôle } \boxed{1}: \quad Z_1 = \frac{U_1}{I_1} = Z_{11} + Z_{12} \frac{I_2}{I_1} \quad (6.2.2)$$

$$\text{au dipôle } \boxed{2}: \quad Z_2 = \frac{U_2}{I_2} = Z_{21} \frac{I_1}{I_2} + Z_{22} \quad (6.2.3)$$

Dans le cas de l'antenne Yagi-Uda à n éléments, alimentée par l'élément $\boxed{2}$ on obtient:

$$Z_2 = \frac{U_2}{I_2} = Z_{21} \frac{I_1}{I_2} + Z_{22} + \dots + Z_{2n} \frac{I_n}{I_2} \quad (6.2.4)$$

Comme déjà indiqué au paragraphe 6.2, on voit encore ici le rôle prépondérant joué par les impédances mutuelles. Non seulement elles influent fortement sur la distribution des courants dans les éléments, donc, sur le rayonnement proprement dit, mais aussi sur l'impédance de l'antenne. Il en résulte que, lors de l'étude et du développement d'une antenne, on doit tenir compte des deux phénomènes simultanément.

7 – DIAGRAMME DE RAYONNEMENT ET GAIN

7.1) Champ rayonné à longue distance

Plus de détails sont donnés sur cette notion au chapitre 9. Les formules données ci-dessous ne sont valides qu'à *longue distance*.

7.2) Rayonnement dans le plan H

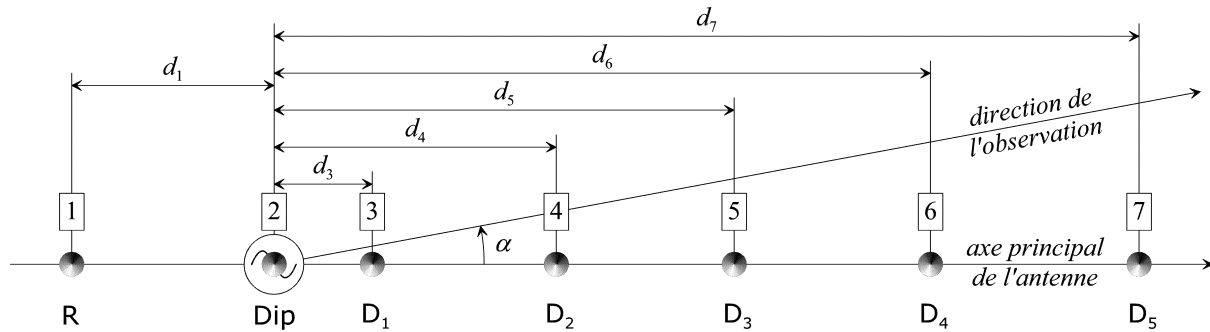


Figure 7.2.1 Antenne Yagi-Uda à 7 éléments vue par le bout des éléments.

Rappel

d_i = distance séparant l'élément i de l'élément origine (l'élément piloté).

I_i = courant circulant dans l'élément i .

n = nombre d'éléments dans l'antenne ($n = 7$ dans l'exemple).

La distance d_2 est nulle *de facto*. L'antenne "tourne" dans le plan perpendiculaire au plan des éléments, ou plan du champ magnétique (*plan H*). Dans le plan H, le rayonnement d'un dipôle est identique à celui de l'antenne isotrope. Dans une direction donnée α , la puissance rayonnée globalement par tous les éléments est donnée par la formule suivante:

$$P_H(\alpha) = \frac{Z_0}{4\pi} \left[\sum_{i=1}^n I_i \exp(jkd_i) \cos \alpha \right]^2 \quad (7.2.1)$$

7.3) Rayonnement dans le plan E

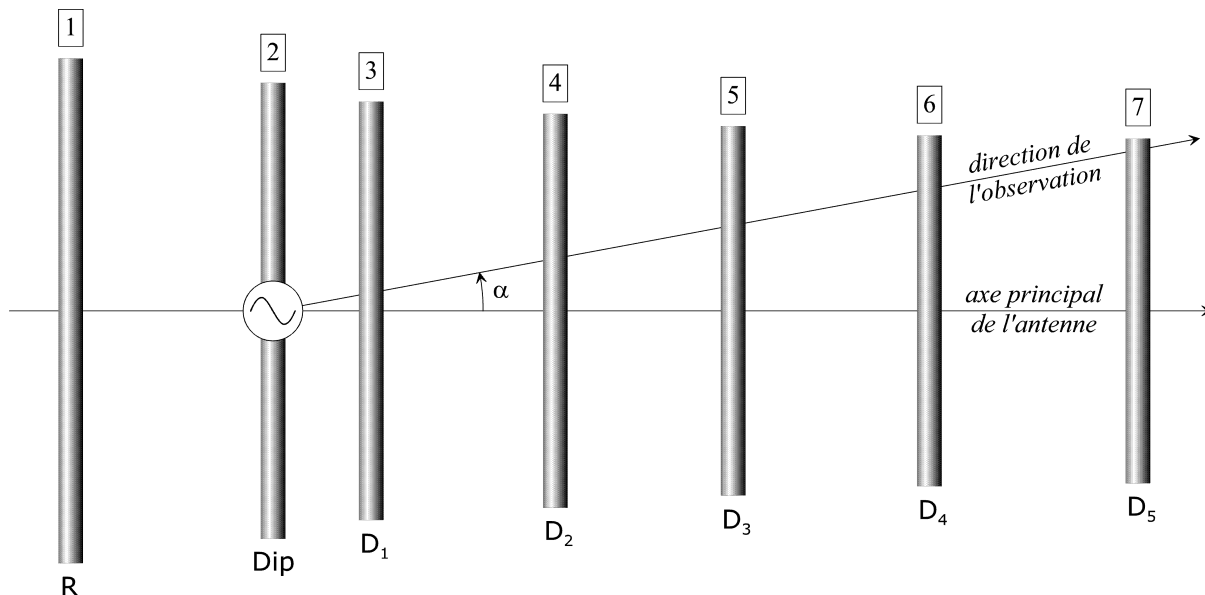


Figure 7.3.1 Antenne Yagi-Uda à 7 éléments vue par le côté des éléments.

L'antenne "tourne" dans le plan des éléments, ou plan du champ électrique (*plan E*).

Les éléments étant des dipôles ayant des longueurs différentes *a priori*, la puissance $P_E(\alpha)$ rayonnée dans le plan des dipôles (plan du champ électrique, ou plan E) s'écrit alors:

$$P_E(\alpha) = \frac{Z_0}{4\pi} \left[\sum_{i=1}^n I_i \exp(jkd_i) \left[\cos\left(\frac{kl_i}{2} \sin \alpha\right) - \cos\left(\frac{kl_i}{2}\right) \right] \right]^2 \quad (7.3.1)$$

Mais ces longueurs étant relativement voisines de la demi-onde, la formule (7.3.1) peut se simplifier comme suit:

$$P_E(\alpha) = P_H(\alpha) \cdot \left[\frac{\cos(\pi/2 \sin \alpha)}{\cos \alpha} \right]^2 \quad (7.3.2)$$

soit encore:

$$P_E(\alpha) = \frac{Z_0}{4\pi} \left[\sum_{i=1}^n I_i \exp(jkd_i) \cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \alpha\right) \right]^2 \quad (7.3.3)$$

Les graphes représentant $P_H(\alpha)$ et $P_E(\alpha)$ en fonction de α sont appelés *diagrammes de rayonnement* dans le plan H et dans le plan E respectivement.

Cas particulier

Le cas de l'antenne à un seul élément (ou dipôle simple), est l'objet du chapitre 2 consacré au dipôle. Le lecteur est invité à s'y reporter.

7.4) Directivité et gain

Rappel résumé du paragraphe 1.7 consacré aux diagrammes de rayonnement en général.

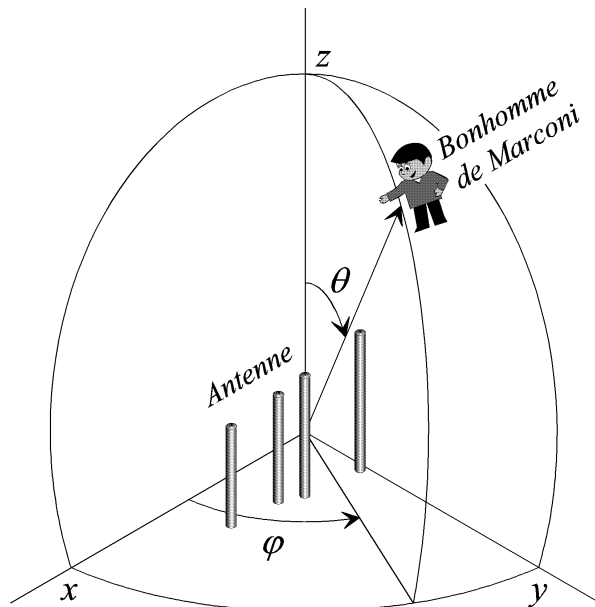


Figure 7.4.1



Figure 7.4.2

On rappelle que dans le repère de la figure 7.4.1, l'antenne est fixe. Le *Bonhomme de Marconi*, toujours équipé de son "champ-mètre", explore à distance constante tout l'espace

autour de l'antenne et relève pour chaque direction (θ, φ) la puissance $P(\theta, \varphi)$ reçue par ses instruments, P_{\max} étant la puissance maximale reçue. On rappelle aussi la formule générale donnant la directivité:

$$D = \frac{4\pi P_{\max}}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} P(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi} \quad (7.4.1)$$

Dans la pratique, il est évidemment beaucoup plus simple de faire tourner l'antenne plutôt que le *bonhomme de Marconi*. On adopte alors le repère de la figure 7.4.2, et le *bonhomme*, avec ses appareils de mesure, s'installe sur l'axe des x suffisamment loin de l'antenne pour minimiser les perturbations.

Dans ce nouveau repère, l'angle α , compté dans le plan xy , représente l'azimut de l'antenne par rapport à l'axe des x . L'angle δ représente l'inclinaison du plan de l'antenne sur le plan xy . Cet angle reste constant pendant la rotation de l'antenne dans le plan xy . Pour chaque δ donné, le *bonhomme de Marconi* relève la puissance reçue dans la direction α pendant toute la durée de la rotation. Pour $\delta = 0^\circ$, le plan de l'antenne est confondu avec le plan de référence. C'est le plan E . Le graphe du relevé effectué dans ce plan constitue alors le diagramme de rayonnement dans le plan E . Pour $\delta = 90^\circ$, le plan de l'antenne est perpendiculaire au plan de référence. C'est le plan H . Le graphe du relevé effectué dans ce plan constitue alors le diagramme de rayonnement dans le plan H .

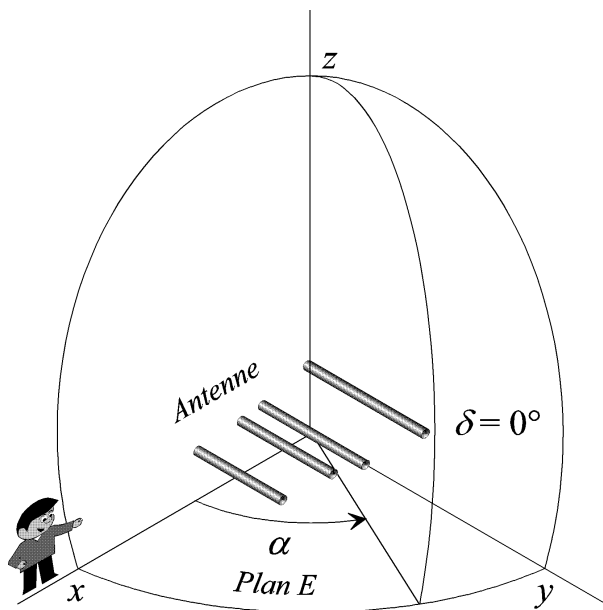


Figure 7.4.3

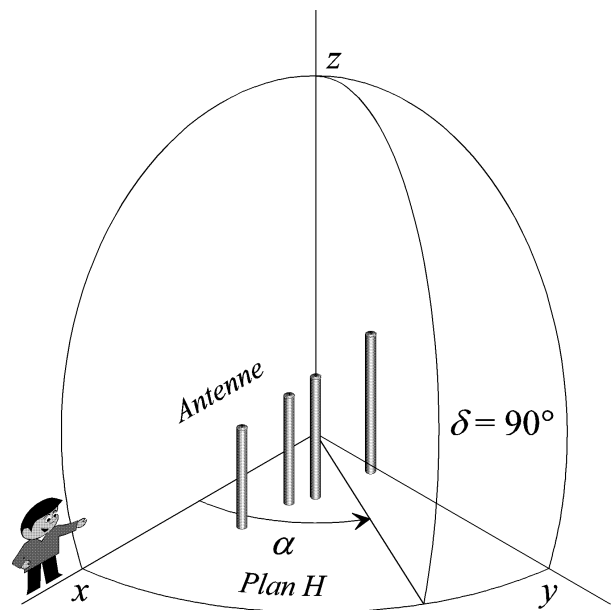


Figure 7.4.4

Les figures 7.4.3 et 7.4.4 représentent les deux configurations de relevé de diagrammes de rayonnement dans les plans E et H . Les caractéristiques de rayonnement des antennes Yagi-Uda sont telles qu'il n'est pas nécessaire de procéder à des relevés pour d'autres valeurs de l'inclinaison.

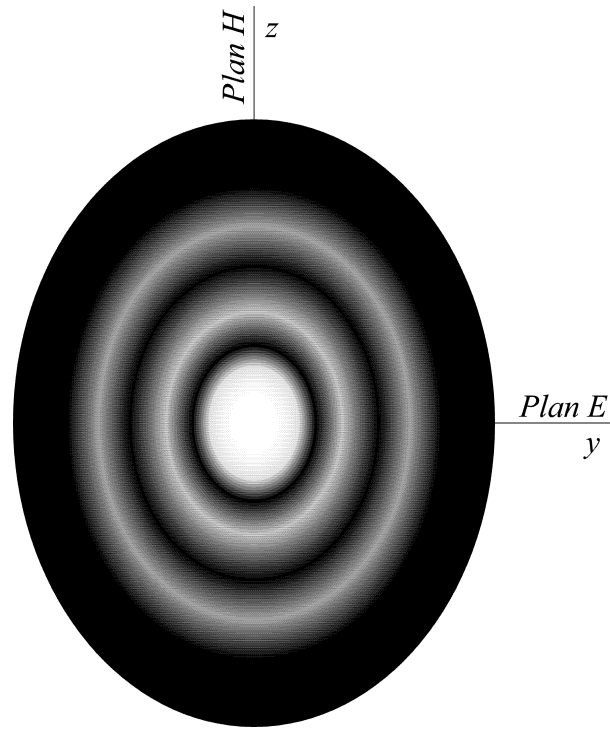


Figure 7.4.5

La figure 7.4.5 représente le rayonnement "vu de face" d'une antenne Yagi-Uda typique. On distingue le lobe principal au centre, et les lobes latéraux autour. La forme elliptique (exagérée ici) est due au fait que ce type d'antenne est toujours plus "étroit" dans le plan E que dans le plan H. Cette répartition du rayonnement sur deux axes de symétrie justifie la formule donnant la directivité:

$$D_{\text{iso}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_{E\text{max}}}{\sum_{\alpha=0}^{\pi} P_E(\alpha) \sin \alpha \Delta \alpha} + \frac{1}{2} \cdot \frac{P_{H\text{max}}}{\sum_{\alpha=0}^{\pi} P_H(\alpha) \sin \alpha \Delta \alpha} \quad (7.4.2)$$

En réalité, dans les deux plans de mesure respectifs, le rayonnement n'est pas toujours symétrique autour de l'axe principal, mais s'en écarte un peu. Dans ces conditions, au lieu de faire faire un demi-tour à l'antenne (symétrie parfaite), on lui fait faire un tour complet afin de "voir ce qui se passe" dans l'autre demi-plan. Mais comme la distorsion affecte surtout les lobes secondaires de bas niveau, la formule suivante, dérivée de la précédente, peut être utilisée légitimement. L'incertitude apportée par cette approximation reste inférieure à celle due à des erreurs de mesure de nature différentes (voir chapitre 9).

$$D_{\text{iso}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2P_{E\text{max}}}{\sum_{\alpha=0}^{2\pi} P_E(\alpha) |\sin \alpha| \Delta \alpha} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2P_{H\text{max}}}{\sum_{\alpha=0}^{2\pi} P_H(\alpha) |\sin \alpha| \Delta \alpha} \quad (7.4.3)$$

Dans les deux formules ci-dessus, $\Delta \alpha$ représente le pas de rotation de l'antenne. Plus le pas est petit, meilleure est la "résolution" des formules.

8 — LIGNES DE TRANSMISSION

8.1) Types de lignes de transmission

L'antenne étant généralement séparé du reste de l'équipement, la liaison entre les deux systèmes se fait par un conducteur spécifique, la *ligne de transmission*.

On distingue trois types de lignes de transmissions:

- 1) Les lignes symétriques à conducteurs parallèles, dites *bifilaires*.
- 2) Les lignes asymétriques à conducteurs cylindriques coaxiaux, les *câbles coaxiaux*.
- 3) Les conducteurs creux, à sections rectangulaire, circulaire ou elliptique, les *guides d'onde*.

Dans les deux premiers types, le mode de propagation de l'onde est dit *transverse électromagnétique*, ou TEM. Les pertes dans ce type de lignes varient en fonction de leurs dimensions et de la fréquence. Domaine de fréquences pour les bifilaires: jusqu'à 500 MHz environ. Pour les coaxiaux: jusqu'à 5 GHz, et, moyennant un soin particulier à la fabrication, jusqu'à 50 GHz.

Dans le troisième type, le mode fondamental de propagation est soit *transverse électrique*, ou TE, soit *transverse magnétique*, ou TM, selon le type d'excitation du guide. Le mode TE est le plus utilisé. Le guide d'onde a la particularité de présenter une fréquence de coupure basse, en dessous de laquelle l'onde ne se propage plus. Cette limite est assez nette et dépend des dimensions de la section du guide. Domaine de fréquences: à partir de 2 GHz. En-dessous de cette fréquence, les dimensions deviennent prohibitives. Pour une section donnée, la bande utilisable va de la fréquence de coupure basse à la fréquence où apparaît le premier mode secondaire.

Les antennes Yagi-Uda étant rarement employées au-dessus de 2,5 GHz, seules les lignes bifilaires ou coaxiales sont utilisées avec ces antennes. On ne parlera donc que de ces lignes dans la suite de ce chapitre.

8.2) Lignes à conducteurs parallèles, ou lignes bifilaires

Les dénominations anglo-américaines pour ces lignes sont *open wire* ou *twin lead*, selon qu'elles sont utilisées en émission ou en réception.

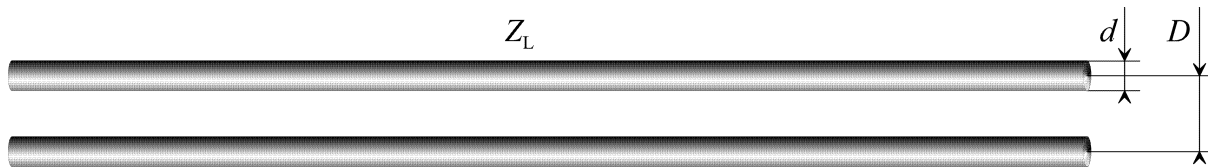


Figure 8.2.1

En mode TEM, les lignes présentent une impédance caractéristique qui dépend uniquement de leurs dimensions physiques. Elle est indépendante de la fréquence. Pour la ligne bifilaire, elle a pour valeur:

$$Z_L = \frac{Z_0}{\pi} \cdot \ln \left[\frac{D}{d} + \sqrt{1 + \frac{D^2}{d^2}} \right] \quad (8.2.1)$$

soit numériquement:

$$Z_L \approx 120 \cdot \ln \left[\frac{D}{d} + \sqrt{1 + \frac{D^2}{d^2}} \right] \quad (8.2.2)$$

8.3) Lignes coaxiales

C'est de loin le type de ligne le plus répandu. Il est fort probable que des dizaines de millions de kilomètres de câbles coaxiaux soient en service aujourd'hui dans le monde entier, toutes applications confondues.

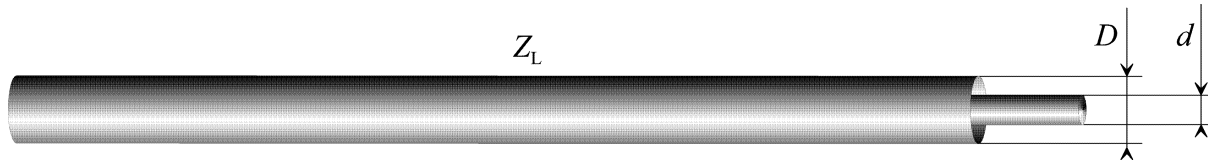


Figure 8.3.1

Comme la ligne bifilaire, le câble coaxial présente une impédance caractéristique

$$Z_L = \frac{Z_0}{2\pi} \cdot \ln \frac{D}{d} \quad (8.2.1)$$

soit numériquement

$$\boxed{Z_L \approx 60 \cdot \ln \frac{D}{d}} \quad (8.2.1)$$

8.4) Propriété fondamentale

L'impédance caractéristique d'une ligne de transmission, même si elle a les mêmes dimensions qu'une résistance, ne dissipe pas d'énergie (aux pertes près inévitables, en toute rigueur), mais transporte de l'énergie électromagnétique d'une *source* vers une *charge*, qui elles-mêmes, possèdent leurs impédances propres. Lorsque les trois impédances sont égales, on se trouve en présence d'un système *source+ligne+charge* totalement optimisé, autrement dit, totalement *adapté*. Dans la pratique on s'efforce du mieux possible à s'approcher de ce cas idéal.

Malgré tout ces efforts, il subsiste toujours des désadaptations résiduelles. Lorsqu'on transmet de l'énergie sous forme d'ondes électromagnétiques dans une ligne de transmission, ces désadaptations résiduelles font apparaître des réflexions d'ondes aux endroits où ont lieu les changements d'impédance (on parle alors de *sauts* d'impédance, ou même, dans les cas extrêmes, de *ruptures* d'impédance). Ces ondes réfléchies se combinent alors aux ondes directes pour former un système d'ondes stationnaires à l'intérieur de la ligne.

Dans le cas d'une source ayant une impédance différente de celle de la ligne, cette impédance subira une transformation. Ainsi, l'impédance-image Z_S d'une source d'impédance Z_E "vue" à l'autre extrémité d'une ligne d'impédance Z_L et de longueur l (figure 8.4.1)

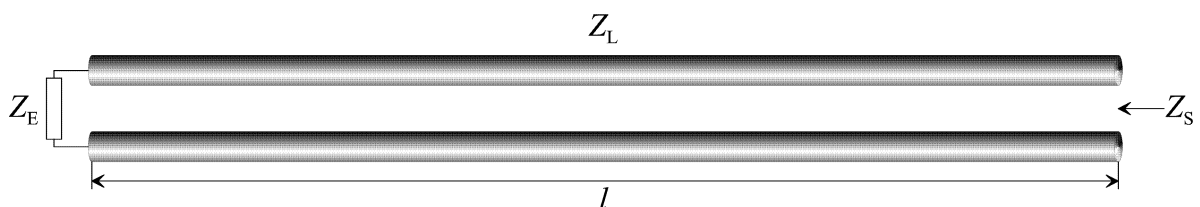


Figure 8.4.1

est donnée par la formule suivante:

$$Z_S = Z_L \cdot \frac{Z_E + jZ_L \tan kl}{Z_L + jZ_E \tan kl} \quad (8.4.1)$$

La formule (8.4.1) est parfois appelée "équation des télégraphistes".

Elle peut aussi s'écrire en termes de cosinus et sinus:

$$Z_S = Z_L \cdot \frac{Z_E \cos kl + jZ_L \sin kl}{Z_L \cos kl + jZ_E \sin kl} \quad (8.4.2)$$

L'examen de la figure 8.4.1 et des formules (8.4.1 et 8.4.2) conduit aux cas particuliers suivants, fort utiles dans la pratique.

Premier cas: $l = \frac{\lambda}{2}$ d'où $kl = \pi$, $\cos kl = -1$ et $\sin kl = 0$. Il en résulte:

$$Z_S = Z_E \quad (8.4.3)$$

Dans ce cas, tout se passe comme si la ligne devenait "transparente", quelle que soit son impédance. Cette particularité est fort utile si on ne dispose que de lignes ayant une impédance différente de celle d'une source et d'une charge d'impédances égales. Cette particularité est également utilisée dans la mesure de l'impédance d'une antenne, l'instrument de mesure étant relié à l'antenne avec une ligne mesurant un multiple entier de *demi-ondes*. L'appareil voit ainsi "l'image non déformée" de l'impédance de l'antenne.

Deuxième cas: $l = \frac{\lambda}{4}$ d'où $kl = \frac{\pi}{2}$, $\cos kl = 0$ et $\sin kl = 1$. Il en résulte:

$$\boxed{Z_S = \frac{Z_L^2}{Z_E}} \quad \text{soit encore:} \quad \boxed{Z_L = \sqrt{Z_E \cdot Z_S}} \quad (8.4.4) \text{ et } (8.4.5)$$

Les relations (8.4.4) et (8.4.5) sont fondamentales*. Elles justifient à elles seules le titre de ce paragraphe. Elles traduisent le fait que si on est en présence d'une source et d'une charge d'impédances différentes, on pourra réaliser une adaptation correcte entre elles en utilisant une ligne *quart d'onde* d'impédance égale à la moyenne géométrique des deux impédances. Cette propriété (avec certaines variantes) est systématiquement mise en œuvre dans les amplis de puissance HF à transistors, pour assurer une liaison adaptée au mieux entre les différents étages. Dans la technique des antennes, on utilise aussi des lignes *quart d'onde* pour "ramener" les impédances à la valeur nominale en cas de couplages multiples. Ce ne sont là que quelques exemples parmi beaucoup d'autres.

Autre particularité fort utile. Si la ligne *quart d'onde* est court-circuitée à une extrémité, l'autre extrémité "voit" une impédance infinie. Une telle ligne est souvent appelée *isolateur quart d'onde*. Dans la technique des antennes, on se sert de cette propriété dans des dispositifs appelés *symétriseurs* (voir § 8.8).

* Ces deux relations fondamentales sont au programme de l'examen que doit passer tout candidat à la licence radio-amateur.

Troisième cas: $l = \frac{\lambda}{8}$ d'où $kl = \frac{\pi}{4}$ et $\tan kl = 1$. Ce cas se scinde en deux sous-cas.

Premier sous-cas: $Z_E = 0$ (ligne court-circuitée à une extrémité). Il en résulte:

$$Z_S = +jZ_L \quad (8.4.6)$$

A l'autre extrémité on sera en présence d'une réactance inductive, dont la valeur est égale à l'impédance caractéristique de la ligne.

Deuxième sous-cas: $Z_E = \infty$ (ligne en circuit ouvert à une extrémité). Il en résulte:

$$Z_S = -jZ_L \quad (8.4.7)$$

A l'autre extrémité on sera en présence d'une réactance capacitive, dont la valeur est égale à l'impédance caractéristique de la ligne.

Les lignes *huitième d'onde* sont également très importantes et leur usage est systématique dès que les composants discrets traditionnels (bobines et condensateurs) sont soit trop grands géométriquement (en termes de longueur d'onde), soit trop fragiles à partir d'un certain niveau de puissance. Dans les applications hyper-fréquence, leur utilisation demeure une exigence incontournable. Ces tronçons de ligne sont appelés *stub* en anglais et en "franglais", le terme français équivalent *mégot* n'ayant jamais "pris", pour des raisons qu'on peut deviner.

Dans certains cas, le *huitième d'onde* peut se révéler trop court. On le remplace alors par un *multiple entier impair* de huitièmes d'onde.

Enfin, un tronçon de ligne dont la longueur diffère des cas précités peut aussi servir de transformateur d'impédance dans les liaisons entre étages dans les amplificateurs HF.

8.5) Ondes stationnaires

On a vu dans le paragraphe précédent que les ondes stationnaires étaient générées par des changements brusques d'impédance dans la ligne ou en bout de ligne.

La présence d'un système d'ondes stationnaires dans une ligne est à l'origine de nombreux dysfonctionnements qu'on ne décrira pas ici. Tout le problème est de savoir jusqu'à quel niveau une désadaptation est tolérable. Il existe des paramètres qui permettent d'évaluer cette tolérance d'une manière quantitative, et qui sont facilement accessibles à la mesure, tout au moins en ce qui concerne les antennes.

Soit une ligne d'impédance Z_L , une source d'impédance $Z_E = Z_L$ et une charge d'impédance Z_S différente de celle de la ligne. On introduit ainsi:

Le *coefficient de réflexion* ρ

$$\rho = \frac{Z_S - Z_L}{Z_S + Z_L} \quad (8.5.1)$$

Les impédances étant des nombres complexes, le coefficient de réflexion est aussi un nombre complexe. Dans le cas d'une antenne, qui est un composant *passif*, le module du coefficient de réflexion varie entre 0 (adaptation parfaite) et 1 (désadaptation totale).

Le *return loss ratio* *RLR*. Terme déjà douteux linguistiquement en anglais, intraduisible mot à mot en français. Il est donné par la formule

$$RLR = 20 \cdot \log |\rho| \quad (8.5.2)$$

Le *rapport d'onde stationnaire* s , souvent appelé *ROS* (prononcé "rôss"), mais aussi improprement *TOS* (prononcé "tôss"), pour *taux d'ondes stationnaires* (normalement exprimé en %). La terminologie anglaise est *standing wave ratio*, ou *SWR*.

$$s = \frac{1 + |\rho|}{1 - |\rho|} \quad (8.5.3)$$

Le *ROS* est de loin le paramètre le plus utilisé pour évaluer une désadaptation. Sa valeur minimale est 1, pour une adaptation parfaite. La maximale est l'infini pour une désadaptation totale. Dans la pratique, un *ROS* de 5 ou plus donne déjà une "idée de l'infini".

Le problème des ondes stationnaires est un sujet de débats sans fin parmi les amateurs et parfois aussi chez les professionnels. De plus, un grand nombre de "croyances" est venu se greffer autour de certaines questions mal comprises, mal expliquées ou mal interprétées. Par exemple, au niveau des antennes, la croyance la plus répandue est que la puissance réfléchie par l'antenne n'est pas rayonnée, mais purement et simplement perdue ! En fait, la partie réfléchie est à la fois *re-rayonnée* et *re-réfléchie* après le premier aller et retour, et ainsi de suite.

8.6) Impédances standardisées

Les câbles coaxiaux sont de loin le type de ligne le plus répandu. Les plus petits ont un diamètre de 2,54 mm (un dixième de pouce). Les plus gros peuvent atteindre un diamètre de 180 mm. L'impédance standardisée la plus répandue est 50 Ω . L'impédance de 75 Ω vient en seconde position. Elle est principalement utilisée en réception TV "grand public". L'origine du choix de ces deux valeurs semble provenir des trois phénomènes physiques suivant:

- 1) Pour un diamètre donné, le maximum de puissance qu'un câble coaxial peut "transporter" est obtenu lorsque son impédance caractéristique est de l'ordre de 35 Ω .
- 2) Pour le même diamètre, le minimum de pertes est obtenu avec une impédance de 77 Ω .
- 3) La partie active de l'impédance du dipôle, avec pour valeur 73 Ω .

La moyenne géométrique entre 35 Ω et 77 Ω est environ 52 Ω . C'est cette valeur qui avait été retenue dans les années 1930 ~ 1940, puis elle a été "arrondie" à 50 Ω au début des années 1950.

En réception TV, les problèmes de puissance ne se posant pas, et toujours dans le cadre de l'optimisation des systèmes, on a cette fois retenu la valeur de 75 Ω , celle-ci étant la moyenne géométrique entre l'impédance du dipôle, 73 Ω , et l'impédance correspondant au minimum de perte dans un câble coaxial donné, 77 Ω .

Dans les deux cas, l'adoption des impédances normalisées de 50 Ω et 75 Ω semble avoir été dictée par la logique.

Curiosité inattendue !

Si une ligne de 50 Ω alimente une charge ayant une impédance de 50 + j50 Ω , le *ROS* aura pour valeur 2,6180339989..., soit le carré du nombre d'or $\phi = 1,6180339989...$ connu dès l'antiquité, puis redécouvert et ré-étudié plus tard par le mathématicien italien Leonardo da Pisa, alias Fibonacci (vers 1175 – après 1240). Il y a parfois des raccourcis...

8.7) Coefficient de vitesse

Pour des raisons pratiques, le conducteur central (ou *âme*) d'un câble coaxial est maintenu en position par un matériau isolant dont une des principales propriétés est de réduire la vitesse de propagation des ondes à l'intérieur. Le facteur qui lie la vitesse de propagation dans l'espace et la vitesse dans le diélectrique s'appelle *coefficient de vitesse*. Son importance est

grande pour le calcul des lignes demi-ondes, quart d'onde, etc., fabriquées le plus souvent avec du câble coaxial.

On sait depuis les travaux de J. C. Maxwell que la vitesse de propagation c des ondes électromagnétiques est liée à la perméabilité magnétique μ_0 et à la permittivité diélectrique ϵ_0 de l'espace par la relation fondamentale

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (8.7.1)$$

Dans un milieu diélectrique de permittivité ϵ_d la vitesse c_d aura pour valeur

$$c_d = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_d}} \quad (8.7.2)$$

Pour simplifier, on introduit la notion de permittivité relative, notée ϵ_r telle que

$$\epsilon_d = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \quad (8.7.3)$$

Il en résulte

$$c_d = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (8.7.4)$$

on désigne par v le coefficient de vitesse tel que

$$c_d = v \cdot c \quad \text{soit par identification} \quad v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (8.7.5) \text{ et } (8.7.6)$$

en conséquence, la longueur d'onde λ_d dans le diélectrique aura pour valeur

$$\lambda_d = \frac{\lambda}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad \text{ou} \quad \lambda_d = v \cdot \lambda \quad (8.7.7) \text{ et } (8.7.8)$$

Pour conserver l'impédance nominale dans un câble coaxial, il faudra changer le rapport des diamètres. La formule (8.2.1) peut s'écrire

$$Z_L = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cdot \ln \frac{D}{d} \quad (8.7.9)$$

Si l'espace entre les deux conducteurs est occupé par un matériau diélectrique, l'impédance aura pour valeur

$$Z_L = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_d}} \cdot \ln \frac{D}{d} \quad \text{soit} \quad Z_L = \frac{1}{2\pi \sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \cdot \ln \frac{D}{d} \quad (8.7.10) \text{ et } (8.7.11)$$

soit numériquement

$$\boxed{Z_L \approx \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln \frac{D}{d}} \quad (8.7.12)$$

Si on conserve Z_L et D constants, le diamètre d de l'âme diminuera quand ϵ_r augmentera, et réciproquement:

$$d \approx D \cdot \exp \frac{-Z_L \sqrt{\epsilon_r}}{60} \quad (8.7.13)$$

Le tableau suivant donne les valeurs de ϵ_r et de ν pour les diélectriques les plus utilisés dans les câbles coaxiaux.

Matériau	ϵ_r	ν
Polyéthylène massif (PE)	2,25	0,67
Polytétrafluoréthylène (PTFE, Teflon™)	2,02	0,71
Polyéthylène cellulaire de type "mousse"	1,52	0,81
Polyéthylène + air (structure en hélice ou cellules cloisonnées)	1,29	0,88
Air (ou azote pur comprimé dans les gros câbles)	1,00	1,00

A l'exception de l'air, les valeurs sont indiquées à 1 ou 2% près. Les constructeurs donnent systématiquement le coefficient de vitesse spécifique à chaque câble qu'ils fabriquent. C'est une donnée de base, comme les pertes en fonction de la fréquence.

8.8) Symétrique, asymétrique ?

Voilà encore une question qui soulève toujours des discussions parfois interminables et passionnées chez les amateurs, la cause en étant souvent, comme pour les ondes stationnaires, une mauvaise interprétation de la fonction d'un dispositif appelé *symétriseur* en français, et *balun* en anglais (abréviation "sauvage" de *balanced-unbalanced device*).

Sans entrer dans le détail, le but premier du symétriseur est d'éviter le rayonnement parasite de la ligne de transmission (courants extérieurs circulants sur le conducteur extérieur d'une ligne coaxiale), et d'équilibrer (d'où le terme *balanced* en anglais) la distribution des courants dans les deux branches du dipôle alimenté, lui-même étant un dispositif symétrique par construction.

8.8.1) Notions de symétrie et d'asymétrie

Les courants haute-fréquence circulant dans une ligne bifilaire sont identiques mais de sens opposés en tout point de la ligne. De ce fait, la ligne ne rayonne pas. La symétrie électrique est assurée par sa structure géométrique, elle-même symétrique par construction.

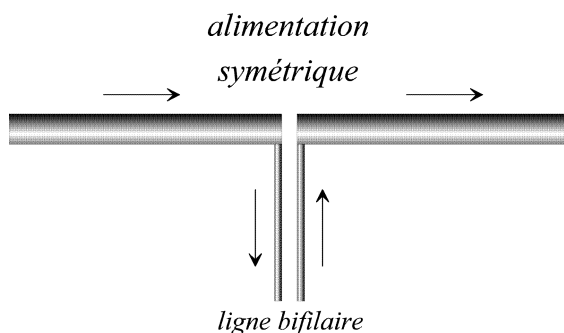


Figure 8.8.1a

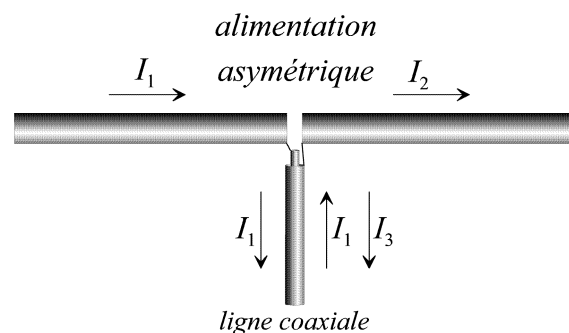


Figure 8.8.1b

Dans une ligne coaxiale, les courants circulent à l'intérieur, sur l'âme et sur la surface interne du conducteur extérieur (ou gaine). De plus, la gaine servant de blindage, aucun courant ne circule à l'extérieur. Mais la structure coaxiale est asymétrique par construction.

8.8.2) Symétriseur quart d'onde

La figure 8.8.1a montre une alimentation symétrique typique d'un dipôle avec une ligne bifilaire, elle-même symétrique. Cette configuration est en principe idéale, mais elle présente d'autres problèmes qu'on n'évoquera pas ici (grande fragilité mécanique des lignes bifilaires, entre autres). De ce fait, on préfère de loin la configuration de la figure 8.8.1b, malgré le

problème de répartition des courants à la jonction avec le dipôle. Le circuit équivalent de la figure 8.8.1b est donné par la figure 8.8.2.

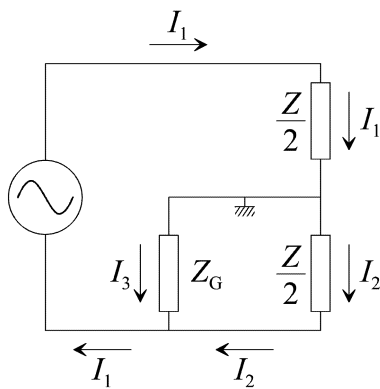


Figure 8.8.2

I_1 est le courant total du système fourni par le générateur. Z représente l'impédance totale du dipôle, divisée en deux branches: celle alimentée par l'âme, et celle alimentée par la gaine. Z_G représente l'impédance de la surface extérieure de la gaine. Elle peut avoir une valeur tout à fait quelconque qui dépend de la connexion au niveau du dipôle, et d'autres facteurs d'ordre pratique. I_1 va se diviser en deux parties, I_2 et I_3 . Il en résultera une dissymétrie dans l'alimentation du dipôle, qui pourra être à l'origine de distorsions sensibles dans le diagramme de rayonnement, dues également en partie au rayonnement parasite de la gaine du câble. La "masse" représente l' "axe de symétrie" électrique du système. Elle est différente de la "masse" (l'extérieur de la gaine) du câble.

Pour que l'impédance extérieure n'ait plus d'influence sur le bon fonctionnement du système, il suffit de lui faire prendre une valeur suffisamment élevée pour que le courant qui la traverse devienne négligeable par rapport au courant utile. La solution réside dans l'utilisation du quart d'onde court-circuité à une extrémité. A l'autre extrémité, l'impédance devient *infinie*, ou tout au moins, très élevée (environ 2000 Ω suffisent), et le courant résiduel est pratiquement nul. Ce dispositif est connu en anglais sous le nom de *bazooka*. Il n'a pas de nom particulier en français, si ce n'est le même...

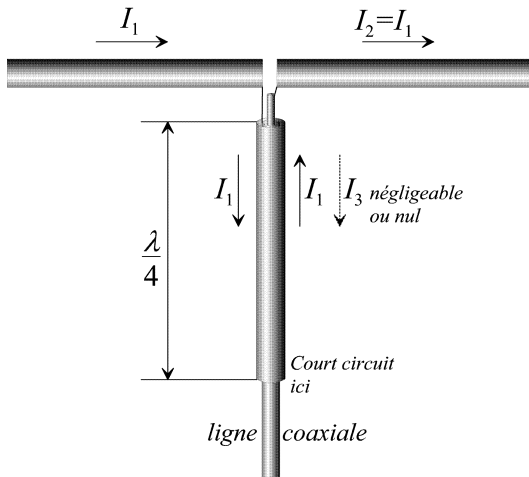


Figure 8.8.3

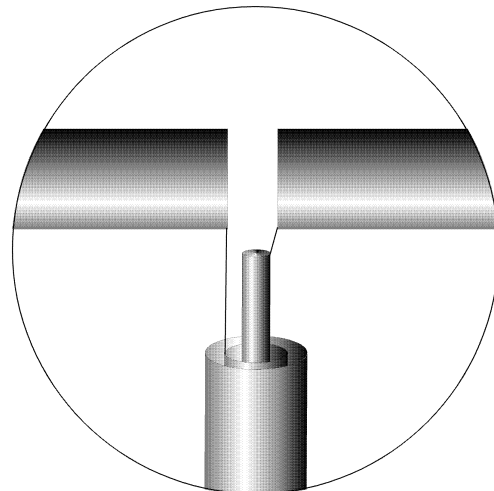


Figure 8.8.4

La figure 8.8.3 dépeint le montage du quart d'onde autour de la ligne coaxiale. La base du quart d'onde sur la figure est directement connectée à la gaine du câble coaxial. Le haut est laissé libre autour de la ligne coaxiale, il n'y a pas de connexion. La figure 8.8.4 est une vue rapprochée de la configuration au niveau du dipôle. Les liaisons "filaires" sont schématisées. La gaine du câble et le tube extérieur se comportent alors comme une seconde ligne coaxiale mesurant un quart d'onde de long. En vertu de la formule (8.4.4), l'image du court-circuit à la base du quart d'onde sera vue à l'autre extrémité comme un circuit ouvert d'impédance théoriquement infinie.

Il existe d'autres variantes du symétriseur quart d'onde, mais elles sont moins efficaces. Il n'en sera pas fait mention ici.

8.8.3) Symétriseur-transformateur demi-onde

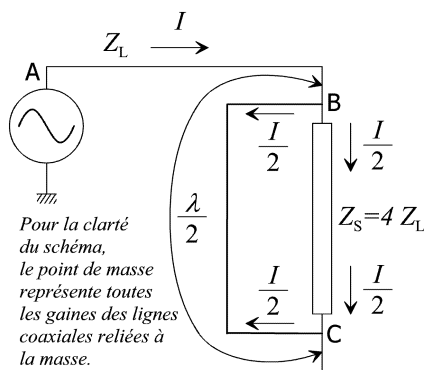


Figure 8.8.5

Le générateur envoie une puissance P , donc un courant I dans une ligne d'impédance Z_L et de longueur quelconque AB. Au point B, on place aux bornes de la charge Z_S une dérivation BC de longueur égale à une demi-onde. De ce fait, le courant passant par C sera de même intensité qu'au point B, mais décalé d'une demi-onde, donc en sens inverse. Il en résulte qu'il circule aussi un courant dans la charge, bien qu'elle ne soit pas bouclée sur le générateur. On peut admettre ici que c'est la ligne demi-onde BC qui fait office de générateur. La somme des courants traversant la ligne BC et la charge Z_S est égale à I , le courant de départ. Le transfert optimal de puissance dans la charge a lieu quand les courants dans les deux branches sont égaux à la moitié du courant initial. Il en résulte:

puissance au point A

$$P = Z_L \cdot I^2 \quad (8.8.1)$$

puissance traversant la charge

$$P_s = Z_s \cdot \frac{I^2}{4} \quad (8.8.2)$$

la puissance étant conservatrice, on a

$$P_s = P \quad (8.8.3)$$

d'où

$$Z_L \cdot I^2 = Z_s \cdot \frac{I^2}{4} \quad (8.8.4)$$

et enfin la formule du symétriseur-transformateur demi-onde:

$$\boxed{Z_s = 4 Z_L} \quad (8.8.5)$$

En d'autres termes, le transfert optimal de puissance a lieu quand l'impédance de la charge est égale à 4 fois l'impédance de la ligne coaxiale.

8.8.4) Gamma-match

Ce n'est pas à proprement parler un symétriseur, mais plutôt un montage particulier permettant d'alimenter le dipôle en mode asymétrique. Le terme anglais imagé *Gamma-match* a été adopté à cause de la forme du dispositif rappelant la lettre grecque Γ . Il signifie en français *adaptation en Gamma*.

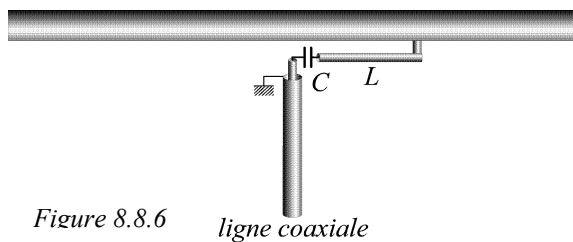


Figure 8.8.6 ligne coaxiale

Le dipôle reste d'un seul tenant. Le branchement se fait le long du dipôle, à une certaine distance du centre. La position du point de raccordement est déterminée par l'impédance de la ligne coaxiale, et par la valeur de celle-ci transformée par le tronçon de ligne formé par la branche de liaison L et le dipôle lui-même. La capacité C compense l'inductance parasite de la branche L. Cette configuration d'apparence simple est assez complexe à modéliser analytiquement. Il n'en sera pas fait état ici. De même, la mise au point du dispositif est assez difficile à réaliser et requiert une bonne dose de patience, beaucoup de paramètres

interagissant les uns sur les autres. La gaine du câble coaxiale est reliée à la masse, mais le dipôle doit rester "isolé" de la masse.

Malgré tout, le gamma-match reste populaire chez les amateurs "bricolant" eux-même leurs antennes. Il est plus rare dans les applications professionnelles, du fait de la présence obligatoire de la capacité. Un exemple typique de problème rencontré concerne les antennes FM d'émission des radio locales, constitués principalement de dipôles. Ceux-ci sont souvent adaptés avec un gamma-match, et le condensateur "claque" régulièrement s'ils n'est pas bien conçu pour résister à la fois à la puissance de l'émetteur et aux intempéries.

8.8.5) Autres types de symétriseurs-transformateurs

Les trois types décrits ci-dessus sont les plus utilisés dans la technique des antennes (le gamma-match un peu moins, cependant), mais ils ne sont pas les seuls. La liste suivante donne quelques autres types, avec une courte description. Elle est loin d'être exhaustive.

- 1) Symétriseur-transformateur bobiné sur transformateur toroïdal en ferrite, utilisé de préférence en-dessous de 30 MHz. Le rapport de transformation dépend des bobinages.
- 2) Symétriseur "trois-quart-un-quart", fabriqué avec du câble, comme le "demi-onde", mais son rapport de transformation est égal à 1/1.
- 3) Adaptateur "delta-match", et sa variante "beta-match".
- 4) Adaptateur "tee-match", qui n'est autre que le "gamma-match" en version symétrique.
- 5) Etc. etc...

8.9) Abaque de Smith

Smith's chart en anglais. L'abaque de Smith fut décrit pour la première fois en 1934 par son inventeur, Phillip H. Smith [3]. Sa forme définitive date de 1939. C'est une sorte de "règle à calcul" circulaire permettant à la fois de

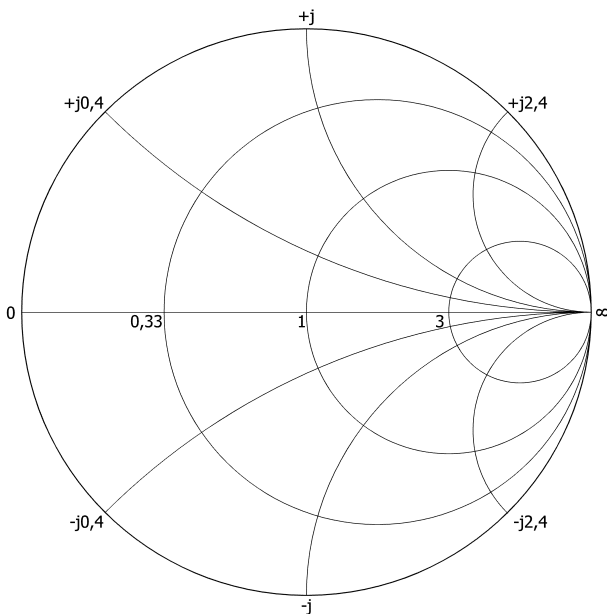


Figure 8.9.1

(impédance infinie). Le point marqué 1 représente la référence. Le cercle marqué 1 est le lieu des points où la partie active est égale à l'impédance de référence. Le cercle marqué 0,33 est le lieu des points où la partie active est égale au tiers de l'impédance de référence. Le cercle marqué 3 est le lieu des points où la partie active est égale à trois fois l'impédance de référence. Les arcs de cercles marqué +j2,4 et -j2,4 sont les lieux des points où la partie

calcul" circulaire permettant à la fois de représenter graphiquement les impédances et de faire des calculs de réseaux d'adaptation par une méthode purement graphique. Le terme français *abaque* montre bien qu'il s'agit là d'un outil destiné à faire des calculs. Il faut garder en mémoire que les ordinateurs n'existaient pas en 1934 ! Les calculs "à la main" étaient longs et fastidieux, et les risques d'erreurs étaient nombreux. L'abaque "version 1939" était toujours utilisé au début des années 1980.

L'originalité de l'abaque de Smith est de représenter les deux parties d'une impédance sur un même graphe en fonction de la fréquence, mais la fréquence joue ici le rôle de paramètre. Le court circuit se trouve au point marqué 0 (impédance nulle). Le circuit ouvert se trouve au point marqué ∞

réactive est égale à $\pm j2,4^*$ fois l'impédance de référence. Il en va de même pour les autres arcs marqués $\pm j0,4$ et $\pm j$. Un tour complet de l'abaque correspond à un parcours d'une demi-onde.

La figure 8.9.1 représente le style d'abaque typique qu'on peut rencontrer sur les écrans des analyseurs de réseaux vectoriels depuis 1986. L'accès direct sur écran à l'impédance permet au concepteur de voir plus rapidement où il doit agir. La simple connaissance du ROS ne permet pas une vision aussi rapide. Il ne donne notamment pas la valeur de l'impédance, mais seulement son niveau de désadaptation par rapport à une impédance de référence.

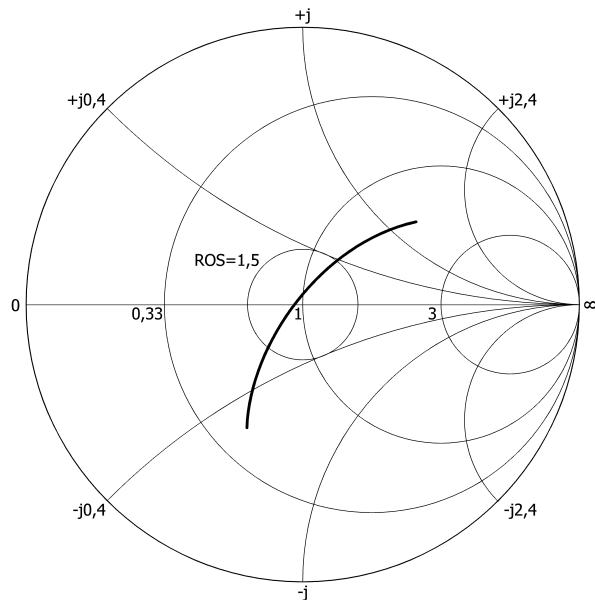


Figure 8.9.2

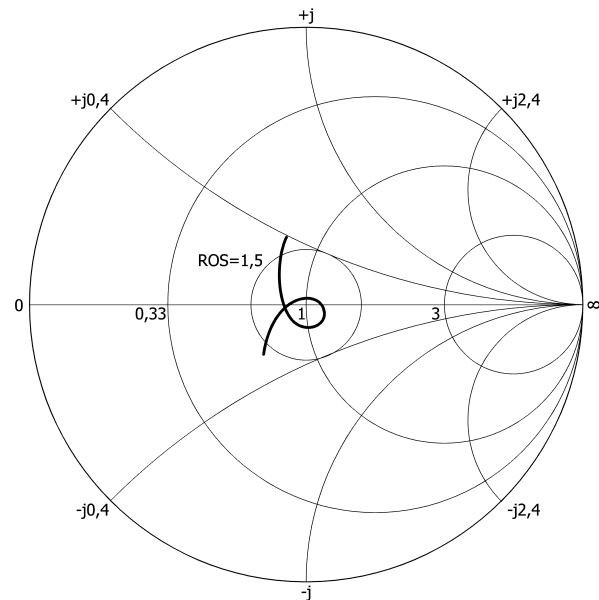


Figure 8.9.3

La figure 8.9.2 représente l'impédance typique d'une antenne à bande étroite en adaptation. Pour une fréquence donnée, elle passe très près de la référence (50Ω dans la majorité des cas). Ailleurs, elle en est très loin. La figure 8.9.3 représente par contre l'impédance typique d'une antenne à bande moyenne en adaptation. La courbe s'enroule autour du point central, mais s'en éloigne peu. Une antenne à bande large verra sa courbe s'enrouler plusieurs fois autour du centre. L' "excentricité" des enroulements successifs se traduit par des ondulations d'amplitude plus ou moins accentuées sur la courbe de ROS.

Du fait de sa commodité d'emploi, l'abaque de Smith est toujours en usage aujourd'hui. On a vu ci-dessus que les analyseurs de réseau vectoriels présentent les impédances sur un abaque de Smith affiché en fond d'écran. L'autre usage de l'abaque de Smith est de faire des calculs afin d'optimiser les paramètres d'un circuit HF.

Mais à l'heure actuelle, l'abaque de Smith est devenu "électronique". Il existe de nombreux logiciels simulant sur PC cet abaque. Les calculs sont fait bien sûr par le PC, mais l'affichage des résultats se fait toujours sur l'abaque, notamment les courbes d'impédance. Les logiciels les plus perfectionnés permettent même de "poser" les composants d'un circuit sur l'abaque et de visualiser instantanément l'influence du composant sur l'ensemble du circuit en cours d'étude.

* Les valeurs (absolues) exactes sont $j(\sqrt{2}+1)$ et $j(\sqrt{2}-1)$

9 — MESURES SUR LES ANTENNES

A vrai dire, dans le but de mettre en évidence les fameuses ondes qui depuis lors portent son nom, la toute première antenne électromagnétique a été construite par Rudolf Hertz lui-même. Il a même élaboré une théorie précise de son rayonnement. Les mémoires qu'il publia dans les années 1890 sont devenus des classiques de la physique.

Mais le premier à avoir pressenti l'antenne comme un dispositif pouvant rayonner de l'énergie à distance semble avoir été Alexandre Popov (1859 – 1906) lors des premières expériences de transmission "radio" qu'il mena vers 1895, donc un peu plus tôt que Marconi. Il remarqua que la portée "radio" de ses installations augmentait si on les reliait à des fils conducteurs de plus en plus longs.

Finalement, c'est à Marconi et à ses expérimentations systématiques — pratiquement toutes couronnées de succès — qu'on doit d'avoir réellement compris la fonction exacte et tout l'usage qu'on pouvait tirer de ces "bouts de fils" qu'il avait lui-même baptisé *antennes*.

D'autres l'on suivit dans cette voie un peu partout dans le monde. En France, on peut citer, entre autres, Edouard Branly (1844 – 1940), inventeur du cohéreur qui porte son nom (1890) et le général Gustave Ferrié (1868 – 1932), père du détecteur électrolytique (1900), plus sensible que le cohéreur*. Edouard Branly et Gustave Ferrié ne furent pas les seuls à avoir expérimenté les *ondes hertziennes*. La liste est longue, très longue. On en restera là.

Les antennes de cette époque étaient surtout des conducteurs monofilaires de très grande longueur, baptisés plus tard *long fil*. Les notions de résonance n'étaient pas connues, tout au moins à ce niveau-là (les phénomènes de résonance dans les circuits LC avaient déjà été étudiés et bien compris) du fait que les générateurs d'ondes "radio" étaient surtout des étincelles** ou des arcs électriques donnant naissance à des trains d'ondes amorties, dont la fréquence étaient indéterminée.

Mais très vite, de paire avec les expérimentateurs, les théoriciens se sont mis au travail. Ainsi, l'"équation des télégraphistes" (formule 8.4.1), établie dès 1876 par Oliver Heaviside, plus connue sous la forme donnée ici dès le début du XX^{ème} siècle, a vu sa validité amplement confirmée depuis. Après la première guerre mondiale, dès qu'on a su générer des ondes entretenues (*continuous waves*, ou *CW*, en anglais), les phénomènes de résonances dans les antennes ont tout de suite été observés, notamment la *résonance fondamentale demi-onde*. Les premières recherches théoriques sur les antennes demi-onde datent des années 1920. Comme déjà écrit précédemment, les recherches théoriques ont toujours cours aujourd'hui, et elles ne cessent de s'affiner.

De leur côté, les expérimentateurs ne s'arrêtèrent pas, d'autant plus qu'en matière d'antenne, la "bidouille dirigée" demeure toujours la règle. Les formules "produites" à cette époque par les théoriciens sont inexploitable dans la mesure où les calculs numériques qu'elles sous-tendent sont lourds et fastidieux, trop sensibles aux erreurs, mais surtout, beaucoup plus longs à exécuter que les essais, ou *mesures*, conduits tant en laboratoire qu'en extérieur. Le grand savant Louis de Broglie (1892 – 1987) déclara lors de la remise de son Prix Nobel, en 1929: "...car souvenez-vous, messieurs, que la meilleure des intégrales, c'est la pince coupante !" On ne pouvait rendre plus grand hommage à tous les expérimentateurs, passés, présents et

* Ces deux dispositifs, avant tout des instruments de laboratoire, furent en quelque sorte les premiers semi-conducteurs, oubliés ensuite pendant cinquante ans. Depuis la naissance "officielle" du transistor en 1948, on connaît l'importance considérable prise par les semi-conducteurs dans le domaine de l'électronique...

** Etincelle se dit *Funk* en allemand. Le sens nouveau pris à l'époque par ce terme, traduit par "radio" en français, a survécu. On le rencontre encore dans *Funktechnik* (technique de la radio), *Funkamateureur* (radioamateur) et *Rundfunk* (radiodiffusion) entre autres. *Funker* désigne aussi le radioamateur en allemand parlé.

futurs. N'oublions pas que les puissants moyens de calcul numérique actuellement disponibles ne sont accessibles aux "amateurs bricoleurs" que depuis une dizaine d'année seulement !

9.1) Généralités sur les mesures d'antennes

Les antennes étant des dispositifs rayonnants, elles sont très sensibles à leur environnement immédiat. Il y a donc beaucoup de précautions à prendre pour minimiser les erreurs de mesures systématiques dont le voisinage immédiat de l'antenne est responsable.

On entend par voisinage immédiat tout le système de fixation de l'antenne sur son support, le support lui-même, le matériel de mesure, le sol, les bâtiments, et... l'expérimentateur lui-même. Dans la pratique, il n'y a pas de conditions idéales pour mener correctement des mesures d'antennes. On aura toujours des effets indésirables. Le mieux qu'on puisse faire, c'est d'en réduire au minimum les conséquences. Ces effets indésirables ont reçu le non générique d'*échors*.

On sait qu'en physique, la règle est que toute expérience, pour que ses résultats soient validés, doit être reproductible, à la précision de mesure près. Dans le cas des antennes, cette clause difficile à respecter est parfois la cause de discussions passionnées et interminables parmi les "antennistes".

L'auteur, avant tout un expérimentateur, est devenu un spécialiste des antennes Yagi-Uda dans le domaine spectral où elles sont le plus utilisées, soit en gros, entre 50 MHz et 1 GHz, avec quelques modèles entre 2 et 6 GHz. Afin de respecter au plus près la clause de reproductibilité expérimentale, plusieurs méthodes de mesures sont systématiquement utilisées, afin de confronter les résultats qu'elles fournissent. C'est seulement quand ils "convergent" que le prototype est validé.

9.2) Mesures proprement dites

Dans la pratique, pendant le processus d'optimisation, on procède aux mesures d'impédance, de gain et de diagramme de rayonnement pratiquement simultanément, puisqu'on a vu que les trois paramètres interagissent les uns sur les autres. Donc, si par exemple on optimise l'impédance, il convient de surveiller le gain régulièrement, ainsi que la répartition des lobes. Si on optimise le gain, il faut alors surveiller l'impédance.

Jusque dans les années 1980, l'optimisation d'une antenne Yagi-Uda se faisait à la main, par "tâtonnement dirigé", si on peut dire, l'expérience acquise indiquant que tel élément, placé à tel endroit dans l'antenne, va agir de telle manière selon sa longueur. Les prototypes d'étude sont conçus de telle façon qu'on puisse modifier les éléments et leur position aisément.

De plus, les antennes étant des dispositifs relativement encombrants et très sensibles à l'environnement (voir plus haut), les mesures ne peuvent se faire sérieusement qu'en extérieur. Il faut donc disposer d'un matériel de mesure relativement léger, presque portatif, pouvant être mis en service rapidement. Malheureusement, c'est rarement le cas. Les grands laboratoires spécialisés (CCETT, TDF, CNES, etc., ainsi que leurs équivalents étrangers) disposent de bases de mesures "fixes" très bien équipées, avec des installations adaptées aux fréquences et aux applications recherchées. Toute cette infrastructure est fort coûteuse, et n'est pas à la portée de petits laboratoires privés tel que celui de l'auteur, et encore moins de l'amateur isolé.

L'auteur se bornera à décrire comment il procède avec ses moyens limités de labo privé.

9.3) Base de mesures d'antennes

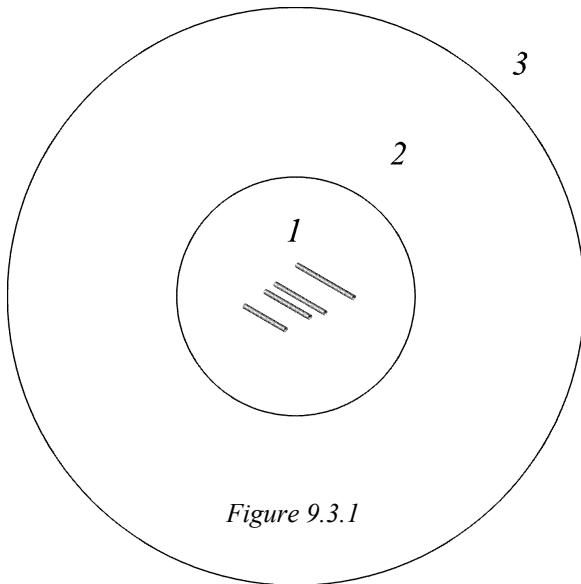
En anglais, *antenna test range*.

Compte tenu des conditions bien particulières des mesures d'antennes, on doit pouvoir disposer d'un minimum de place libre de tout obstacle afin de pouvoir travailler correctement.

L'expérience a montré qu'on peut diviser en trois zones l'espace entourant une antenne. La zone rapprochée, la zone de Fresnel* et la zone de Fraunhofer**.

9.3.1) Zone rapprochée (1)

A l'intérieur de cette zone, tout objet un tant soit peu conducteur, et ayant une dimension d'environ un quart d'onde ou plus, perturbera de manière sensible le fonctionnement de



l'antenne. A l'intérieur de cette zone, le couplage avec les objets perturbateurs est encore assez fort. On peut admettre qu'elle s'étend dans un espace d'environ 2 à 3 fois le rayon de l'aire de capture équivalente de l'antenne (§ 1.4). Il n'y a pas de limite bien précise, car la distance minimale dépend aussi des dimensions de l'objet en termes de longueur d'onde. Heureusement, ces perturbations sont faciles à observer, et on s'efforce généralement de "libérer" la zone rapprochée de tout objet potentiellement perturbant, y compris le matériel de mesure et l'expérimentateur ! Après chaque retouche sur l'antenne, ce dernier est obligé de sortir de la "zone interdite" pour évaluer les résultats de la retouche.

9.3.2) Zone de Fresnel (2)

Elle commence à peu près aux limites approximatives de la zone rapprochée. Dans cette zone, les objets présents ne perturberont plus de manière significative l'antenne proprement dite, mais son rayonnement. De ce fait, le diagramme de rayonnement relevé en zone de Fresnel risque fort d'être erroné, à cause des interférences avec les ondes réfléchies sur les obstacles, et aussi parce que ce rayonnement n'est pas encore sphérique.

9.3.3) Zone de Fraunhofer (3)

Elle commence là où le rayonnement peut être considéré comme sphérique. A la suite de nombreuses expérimentations, il a été établi la formule empirique suivante: si d est la dimension la plus longue de l'antenne (sa longueur pour une antenne Yagi-Uda), et D la distance où commence approximativement la zone de Fraunhofer, alors:

$$D \approx \frac{2d^2}{\lambda} \quad (9.3.1)$$

A partir de cette distance, on admet que les diagrammes de rayonnement relevés sont valides et reflètent assez bien le fonctionnement de l'antenne.

9.3.4) Base de mesures proprement dite

Dans sa carrière, l'auteur a utilisé trois types de base, plus un quatrième type de manière épisodique.

* Augustin Fresnel (1788 – 1827). On lui doit la *théorie ondulatoire* de la lumière, confirmée expérimentalement par Léon Foucault en 1850. Cette théorie est aussi applicable aux ondes hertziennes, puisqu'elles sont, comme la lumière, des ondes électromagnétiques.

** Josef von Fraunhofer (1787 – 1826). Il décrit les raies sombres du spectre solaire et en identifia 576. Il est à l'origine de la notion d'*ondes sphériques* et d'*ondes planes*, en relation avec ses travaux sur les interférences lumineuses.

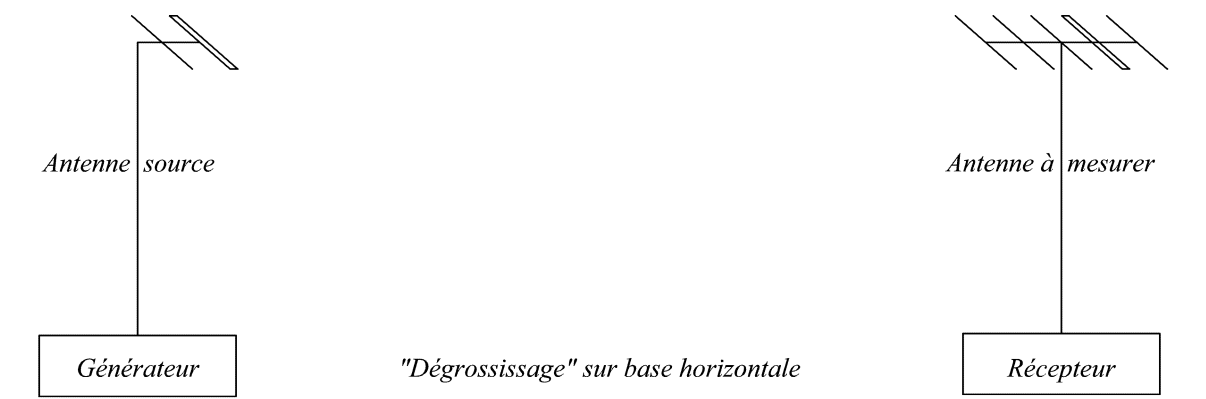


Figure 9.3.2

- 1) Base horizontale, pour le "dégrossissage" en gain. A cause des réflexions sur le sol, une telle base donne des résultats erronés sur le gain. Mais les comparaisons restent valides.
- 2) Base verticale. Celle de l'auteur consistait en un mât télescopique pneumatique de 22 mètres utiles, muni d'une potence horizontale rotative d'environ 3 mètres, au bout de laquelle une antenne pouvait être installée. Compte tenu de la hauteur limitée la fréquence basse limite se situait vers 400 MHz. Plus bas en fréquence, les mesures de gain devenaient douteuses.

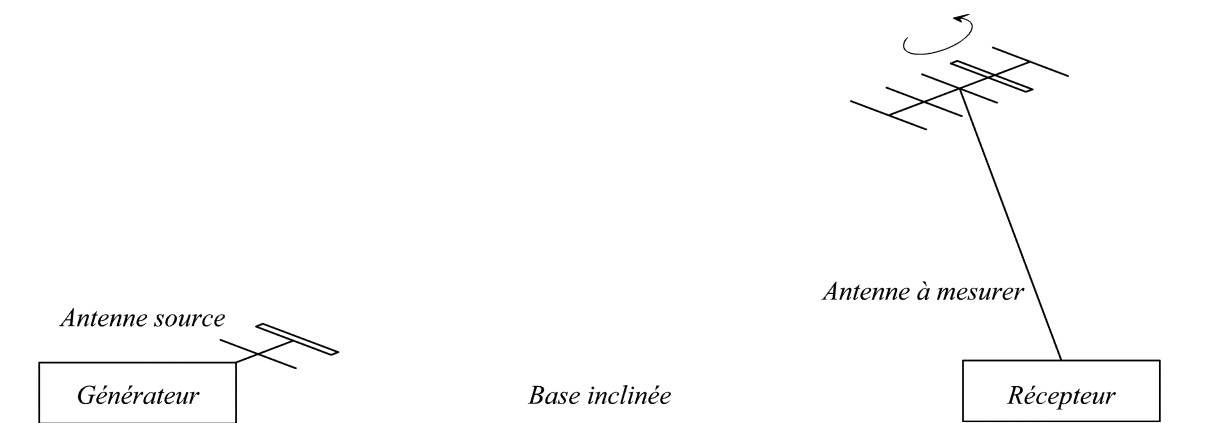


Figure 9.3.3

- 3) Base inclinée. Celle de l'auteur mesurait 60 mètres de long, avec un simple mât basculant de 9 mètres. L'angle était alors de 9° environ. L'antenne source se trouve au ras du sol et l'antenne à mesurer sur le mât. Cette base permet de "descendre" un peu au-dessous de 100 MHz. Le but de la base inclinée est d'homogénéiser le champ rayonné par la source.
- 4) Base à longue distance. La base en question mesurait environ 4 à 5 kilomètres. L'antenne source était montée dans un pylône, et l'antenne à mesurer montée sur un véhicule "équipé pour", stationné en rase campagne, en vue directe de l'antenne source. Du fait de la lourdeur de sa mise en œuvre, on n'avait recours à la base longue distance qu'en toute fin d'étude de prototype, pour validation finale.

9.4) Matériel de mesures d'antennes

A part les stations de mesures livrées "clés en main" par la compagnie américaine Scientific Atlanta, accessibles uniquement aux très grands labos (l'auteur a vu une telle station à la base de mesure de TDF, près de Rennes, et une autre chez Thomson, à Angers), il n'existe pas de matériel spécifiquement étudié pour les mesures d'antennes.

On "fait avec" ce qui est disponible sur le marché de la mesure électronique en général. Dans le cas des antennes, on utilise de préférence l'analyseur de réseau vectoriel multi-porte, qui permet de "voir" simultanément l'impédance et la bande passante en gain de l'antenne. Pour le relevé du diagramme de rayonnement, on a recours à une motorisation de conception "locale", construite souvent avec les "moyens du bord".

Avant l'apparition des analyseurs de réseau vectoriels, les mesures se faisaient de préférence avec un générateur à balayage de fréquence (wobulateur), un détecteur à large bande (une simple diode généralement) pour la bande passante en gain, et un pont d'impédance pour la mesure du *ROS*.

Avant de disposer d'un analyseur de réseau (et des ses accessoires), l'auteur a longtemps utilisé la configuration décrite ci-dessus.

L'avènement des ordinateurs de type PC a également permis à l'auteur de se lancer dans l'*optimisation assistée par ordinateur*. Dans ce but, il a écrit plusieurs programmes, les derniers en date donnant des résultats fort satisfaisants. Seules des retouches finales sont encore nécessaires, afin de peaufiner certains paramètres (l'auteur est parfois tâillon...)

9.5) Mesure de l'impédance, optimisation de l'adaptation

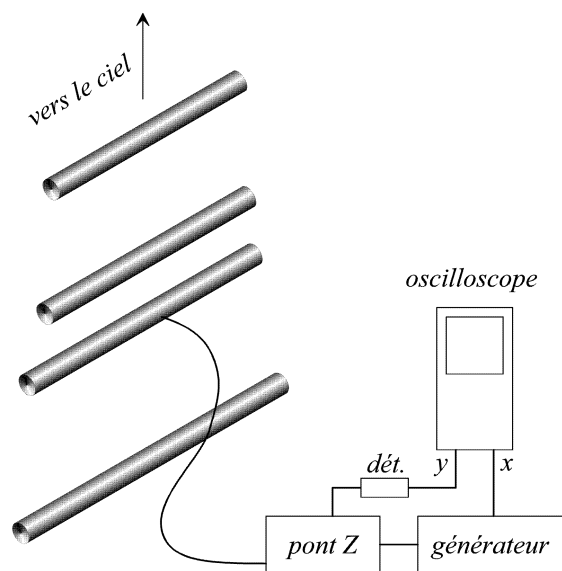


Figure 9.5.1

générateur (figure 9.5.1), donnera le rapport d'onde stationnaires (ou plus exactement, le module du coefficient de réflexion), qui varie en fonction du déséquilibre provoqué par la désadaptation. Souvent, dans les appareils anciens, le détecteur n'était pas linéaire, et un calibrage sommaire avec des charges-étalon était nécessaire. Cette configuration ne permet pas la mesure de l'impédance, mais seulement le degré de désadaptation. L'optimisation consiste à réduire ce degré au minimum possible. Le câble reliant l'antenne au pont doit être de bonne qualité et taillé en multiple entier de demi-onde sur la fréquence centrale, afin que l'image de l'impédance vue par le pont soit identique à celle de l'antenne. Les appareils de mesures sont placés hors de la zone rapprochée. Après chaque modification, l'expérimentateur sort de la zone.

L'analyseur de réseau vectoriel fonctionne différemment. Le balayage en fréquence n'est pas continu, mais se fait par bond (ou pas) que l'expérimentateur peut ajuster à la demande. Pour chaque fréquence discrète, l'analyseur calcule en temps réel les paramètres *S* du réseau et les

Afin de réduire au minimum l'influence du sol, l'antenne est montée verticalement, l'avant vers le ciel., l'arrière à hauteur d'homme environ. Comme l'impédance est surtout influencée par les éléments arrière de l'antenne, l'optimisation consiste essentiellement à retoucher les longueurs et les espacements des premiers éléments de l'antenne, tout en gardant à l'esprit que le gain peut être affecté par des modifications trop importantes. Malgré son expérience, l'auteur se fait encore parfois "piéger".

L'instrument de base pour ce genre de mesure est le *pont d'impédance*, "avatar" du classique pont de Wheatstone adapté aux techniques des *hautes fréquences*.

Un tel pont associé à un générateur à balayage de fréquence, un détecteur large bande et un oscilloscope synchronisé par le

affiche sur son écran, au choix de l'expérimentateur. Dans le cas d'une antenne, le paramètre S_{11} représente l'impédance d'entrée. Cet appareil permet aussi de calibrer le pont *avec son morceau de câble*, de sorte que l'impédance observée soit réellement celle de l'antenne à son point d'alimentation. Pour chaque fréquence, l'appareil calcule l'impédance et rafraîchit l'écran à chaque mesure.

Il existe aussi d'autres appareils plus simple, accessibles à l'amateur. Certains ponts perfectionnés, donnent la valeur de l'impédance, mais sur une seule fréquence à la fois.

9.6) Mesure du gain

On aborde ici le point le plus délicat de la technique de mesure des antennes. Les discussions à ce propos sont interminables, la cause première étant la difficulté de reproduire les mesures à l'identique sur des sites différents. Ainsi, telle antenne mesurée sur telle base donnera tel gain, mais mesurée ailleurs, elle donnera un autre résultat. De plus, dans sa configuration finale d'utilisation, il est fort probable qu'elle donnera encore une autre valeur. Le doute finit par s'installer, et les discussions commencent... A l'heure actuelle, il n'y a toujours pas de méthode indiscutable, en somme, une "méthode-miracle", pour mesurer le gain d'une antenne jusque, disons 1 GHz.. Plus la fréquence est basse, plus les problèmes se posent, et plus les discussions s'amplifient...

L'auteur n'a pas trouvé de "solution-miracle" également, mais s'est efforcé de trouver des compromis techniques acceptables. Pour ce faire, il utilise la méthode de la base inclinée (figure 9.3.3). Dans cette configuration, l'antenne source se trouve près du sol, et son image dans le sol se trouve très proche. Dans la pratique, la distance entre l'antenne source et son image doit être ajustée pour que les variations de champ dans la zone entourant l'antenne à mesurer ne dépassent pas $\pm 0,5$ dB. On peut limiter cette zone à l'aire équivalente de capture de l'antenne soit un rayon ne dépassant guère une longueur d'onde (voir § 1.4). La base inclinée est fortement recommandée par Balanis [1] et Kraus [4].

9.6.1) Méthode de réciprocité.

Dans cette méthode l'antenne d'émission et l'antenne de réception sont identiques.

Cette méthode est simple à mettre en œuvre mais elle impose que les antennes soient assez dégagées du sol, pour éviter son influence en zone rapprochée. Mais dans ces conditions, le champ risque de ne pas être homogène. On peut tourner la difficulté en effectuant plusieurs mesures avec des distances différentes entre les antennes.

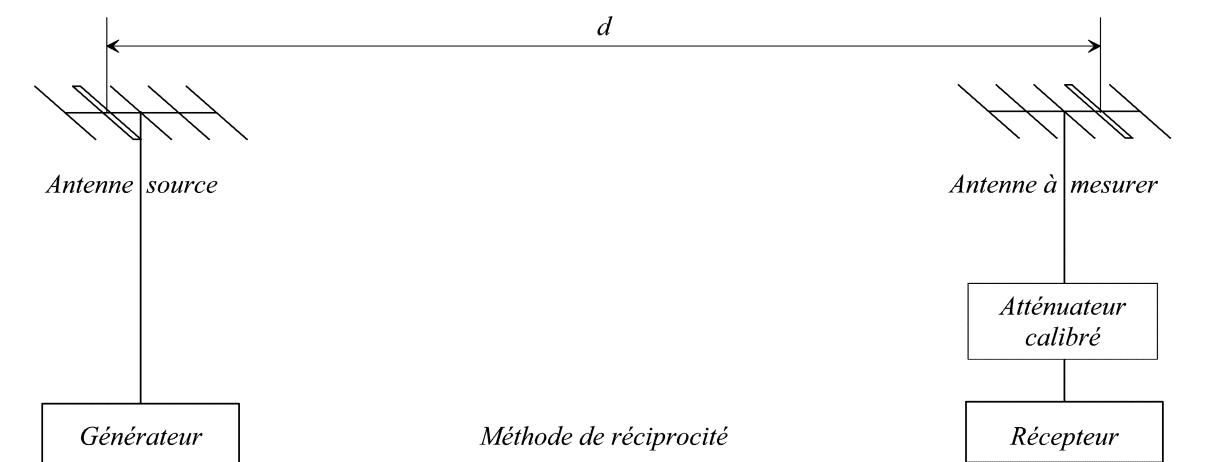


Figure 9.6.1

La figure 9.6.1 schématise la méthode. L'atténuateur sera de préférence un modèle à décades, calibré sur une dynamique de 100 dB, au pas de 10 et 1 dB. La puissance du

générateur ne devra pas varier de $\pm 0,1$ dB pendant au moins la durée de la mesure. Il en va de même pour le récepteur. La puissance du générateur devra être suffisante pour compenser l'atténuation de parcours, afin d'obtenir une lecture correcte sur le récepteur.

Procédure:

On suppose que tout le matériel est déjà en service et que tout fonctionne correctement.

- 1) On boucle sur eux-mêmes les deux câbles reliant les deux antennes.
- 2) On règle l'atténuateur à un niveau N_0 donnant une lecture moyenne sur le récepteur.
- 3) On déboucle les câbles et on les branche sur leur antenne respective.
- 4) On ajuste l'atténuateur pour retrouver le niveau obtenu avec les câbles bouclés et on note ce nouveau niveau N_m .

Connaissant la distance d séparant les deux antennes, on en déduit l'atténuation de parcours A_p donnée par la formule

$$A_p = 20 \cdot \log \frac{4\pi d}{\lambda} \quad (9.6.1)$$

Comme les deux antennes fonctionnent "en double" et qu'elles sont identiques, le gain global du système formé par les deux antennes est le double (en dB) du gain d'une seule antenne.

Il en résulte:

$$N_0 - N_m = A_p - 2G \quad (9.6.2)$$

d'où le gain:

$$G = \frac{A_p - N_0 + N_m}{2} \quad (9.6.3)$$

Dans la configuration de la base de mesure de l'auteur, cette méthode ne donne des résultats fiables qu'à partir de 400 MHz environ. Pour des fréquences plus basses, l'influence du sol devient problématique à des hauteurs encore accessibles à l'expérimentateur.

9.6.2) Méthode de substitution.

Le principe de cette méthode est de substituer à l'antenne à mesurer une antenne étalon de gain connu G_0 . On en déduit immédiatement le gain de l'antenne à mesurer.

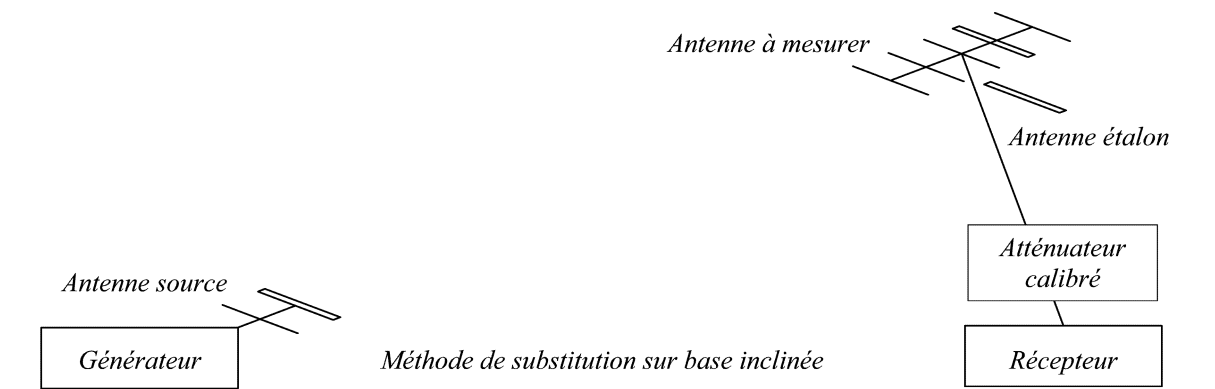


Figure 9.6.2

Comme pour la méthode de réciprocité, l'atténuateur sera de préférence un modèle à décades, calibré sur une dynamique de 100 dB, au pas de 10 et 1 dB. La puissance du générateur ne devra pas varier de $\pm 0,1$ dB pendant au moins la durée de la mesure. Il en va de même pour le récepteur. La puissance du générateur devra être suffisante pour compenser l'atténuation de parcours, afin d'obtenir une lecture correcte sur le récepteur.

Procédure:

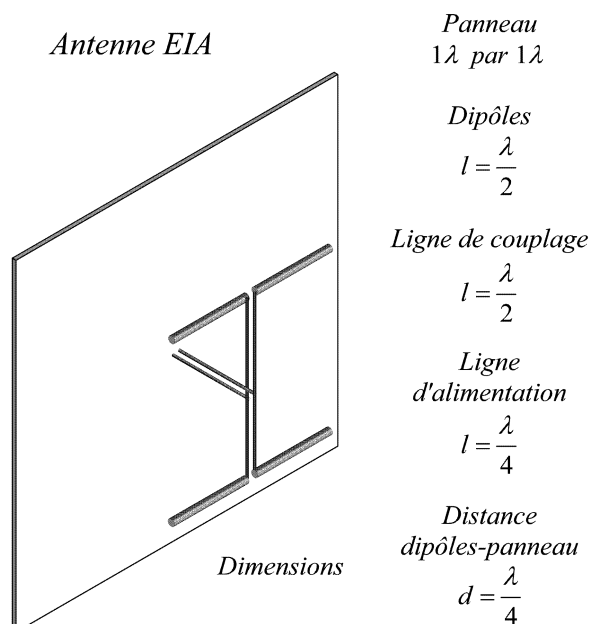
On suppose que tout le matériel est déjà en service et que tout fonctionne correctement.

- 1) On installe d'abord l'antenne étalon de gain G_0 (un dipôle sur le schéma, mais on verra par la suite qu'un autre type d'antenne est préférable).
- 2) On règle l'atténuateur à un niveau N_0 donnant une lecture moyenne sur le récepteur.
- 3) On remplace l'antenne étalon par l'antenne à mesurer. Les deux antennes ne doivent pas rester ensemble sur le mât. C'est l'une *ou* l'autre.
- 4) On ajuste l'atténuateur pour retrouver le niveau obtenu avec l'antenne étalon et on note ce nouveau niveau N_m .

Le gain G de l'antenne à mesurer s'en déduit immédiatement:

$$G = G_0 - N_0 + N_m \quad (9.6.4)$$

Cette méthode en apparence simple repose essentiellement sur la précision avec laquelle est connu le gain de l'antenne étalon. Le dipôle présente un gain théorique de 2,15 dBi, mais dans la pratique, ce gain peut varier fortement. Le dipôle semble être fort sensible à l'environnement immédiat (fixations, supports, etc.). De plus, il nécessite d'être correctement symétrisé, sinon, le rayonnement parasite de la gaine du câble perturbera d'autant la mesure. L'expérience de l'auteur est telle qu'il n'utilise *jamais* le dipôle comme antenne de référence ! C'est aussi une des raisons pour laquelle il ne donne jamais le gain d'une antenne par rapport au dipôle. Il y a encore trente ans, la profession était fort divisée en ce qui concerne la façon de donner le gain d'une antenne, *gain iso* ou *gain dipôle* ? Depuis lors, elle a fini par se rallier au *gain iso*, abréviation adoptée tacitement pour *gain par rapport à l'antenne isotrope*. Il est curieux de constater que seuls les radioamateurs allemands et français parlent encore en *dB dipôle*.



L'auteur n'est pas le premier à avoir constaté les problèmes soulevés par le dipôle en tant qu'antenne de référence. Bien avant lui d'autres expérimentateurs avaient déjà rencontré les mêmes difficultés, et certains d'entre eux travaillant outre-atlantique dans des laboratoires prestigieux tels que le *Naval Research Laboratory*, on mis au point une antenne étalon facilement reproductible, même avec des moyens rudimentaires, et donnant toujours le même gain à moins d'un dixième de dB près. Cette antenne est connue sous le nom d'antenne *EIA*. L'*EIA*, abréviation de *Electronic Industries Alliance*, est une "organisation commerciale représentant les industries électroniques de haute technologie aux USA" (sic). C'est cette organisation qui recommanda en son temps (les années 1960) l'usage de cette antenne.

La figure 9.6.3 représente cette antenne et donne ses dimensions en termes de longueurs d'onde. La ligne de couplage des dipôles est bifilaire. La ligne d'alimentation peut être réalisée en câble coaxial, mais il faudra alors symétriser avec un *bazooka* (voir § 8.8.2). Le panneau peut également être construit en grillage sur les fréquences inférieures à 1 GHz environ, afin d'en réduire le poids et la prise au vent. La connexion au câble d'alimentation se fera par une fiche fixée au centre du panneau. Les dipôles et les lignes sont fabriqués avec du fil de diamètre 3 à 5 mm, ce n'est pas critique. Si les cotes indiquées sont bien respectées, le gain est égal à

$$G_{EIA} \approx 9,90 \pm 0,05 \text{ dBi} \quad (9.6.4)$$

La bande passante est malheureusement réduite. Elle ne dépasse pas quelques pourcents de la fréquence centrale. L'auteur a fabriqué de nombreux modèles sur les différentes fréquences où il a été amené à développer des antennes, et le gain donné ci-dessus s'est avéré stable, avec un diagramme de rayonnement pratiquement identique, quelques soient les fréquences.

Il existe d'autres antennes-étalons. Par exemple, le constructeur allemand Rohde & Schwarz propose un "kit de mesures" couvrant la bande 150 à 1500 MHz, composé d'une antenne log.périodique (voir § 3.1), livrée avec sa courbe d'étalonnage en gain et des instructions détaillées pour un usage optimal. Mais quoi qu'il en soit, la précision des résultats reste toujours liée aux conditions de mesures.

9.6.3) Méthode par intégration numérique des diagrammes de rayonnement.

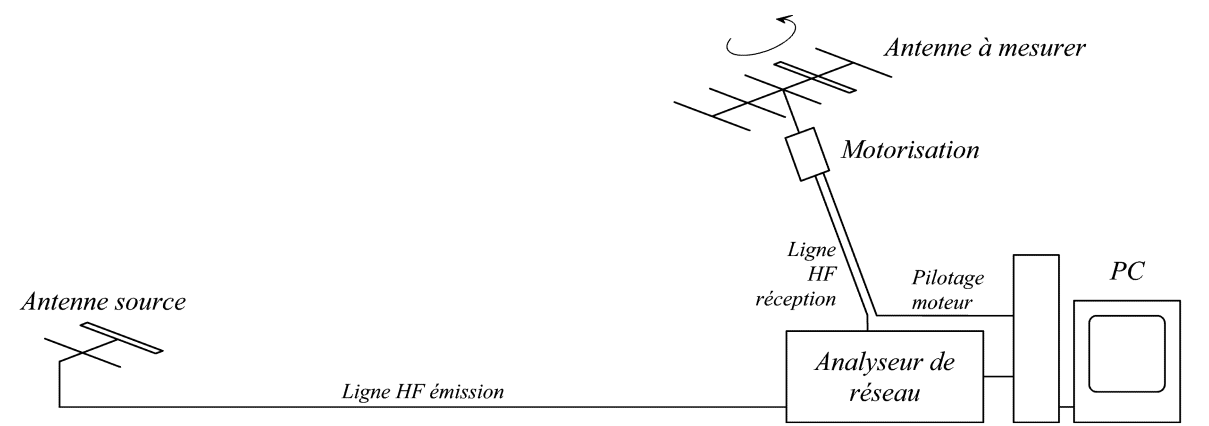


Figure 9.6.4

La figure 9.6.4 représente la configuration utilisée par l'auteur pour relever les diagrammes de rayonnement. Le matériel principal consiste en

- 1) analyseur de réseau Hewlett-Packard HP8753A et ses accessoires,
- 2) PC Hewlett-Packard série 9000-300, avec liaisons IEEE 488 vers l'analyseur,
- 3) interface pour pilotage du moteur d'antenne,
- 4) logiciels de gestion du système, de conception "maison".

Comme on le voit, cette méthode exige un minimum d'équipement, mais elle permet une analyse plus approfondie de l'antenne grâce à l'accès aux diagrammes de rayonnement. Le système mis en œuvre ici offre la possibilité de relever les diagrammes sur plusieurs fréquences simultanément, ce qui permet de voir comment varie le rayonnement en fonction de la fréquence.

La méthode par intégration ne requiert pas de calibrage extérieur, si l'appareillage est correctement étalonné (c'est le cas pour le matériel HP). D'autres configurations sont toujours

possibles avec du matériel différent, dès l'instant qu'il peut assurer une dynamique d'au moins 40 dB. Si cette dynamique présente des défauts de linéarité, on peut toujours dresser une table de correction qu'on inclura ensuite dans le logiciel de traitement de données.

Procédure:

Ici, elle est très simple. On fait un relevé dans le plan E, puis dans le plan H. Le PC gère toute l'opération. Tout est enregistré sur disque dur. En fin de relevé, le gain en fonction de la fréquence est calculé, puis affiché sur l'écran. On peut aussi afficher le diagramme en fonction de la fréquence.

Le traitement ultérieur de ces "fichiers-diagrammes" permet l'affichage sur d'autres PC, l'impression sur papier, les calculs de diagrammes d'antennes couplées, etc.

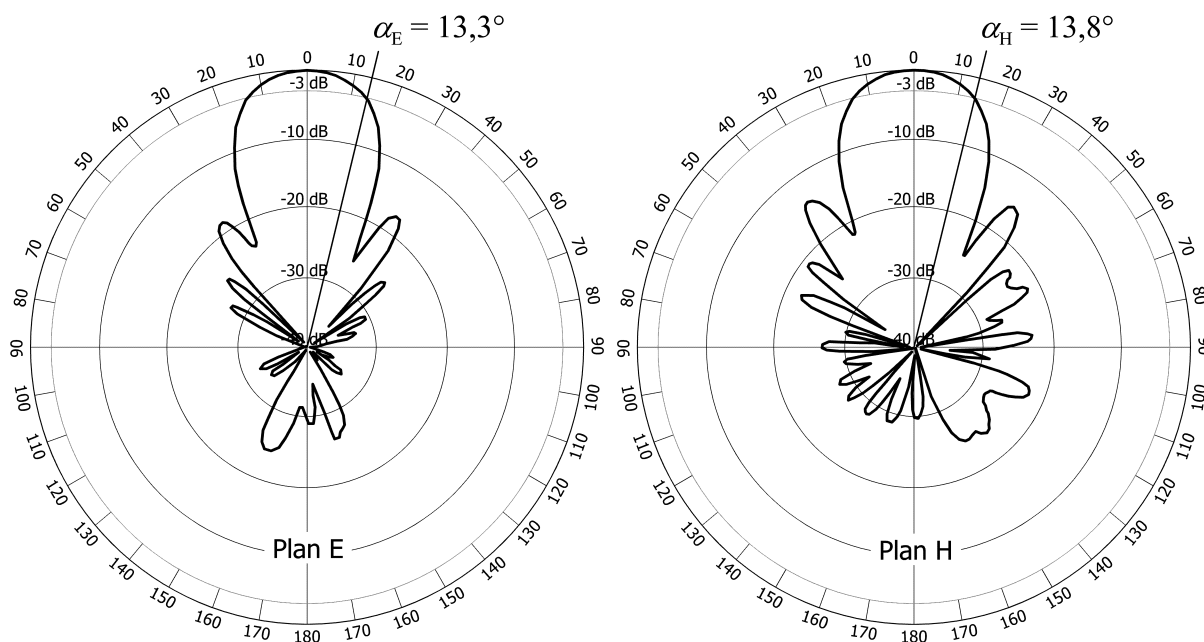


Figure 9.6.5

La figure 9.6.5 montre un relevé typique d'une antenne à grand gain. Il s'agit d'un modèle pour les radioamateurs, la 17 éléments 144 MHz à grands espacements. L'antenne mesure environ 10,40 m, soit 5 longueurs d'onde.

On observera que le lobe principal est bien symétrique, mais qu'il y a des déformations significatives au niveau des lobes latéraux surtout du côté arrière. Sur le diagramme plan H, on notera sur le côté droit un lobe parasite entre 110 et 150° qui n'apparaît pas sur le côté gauche. L'antenne n'est pas en cause. L'auteur pense qu'il s'agit d'une réflexion sur un objet de grande taille, reçue par le lobe principal quand il s'est trouvé dans la direction de cet objet, une grue peut-être...

On peut déjà calculer la limite supérieure du gain de cette antenne, grâce à la formule (1.8.1), rappelée ci-dessous:

$$G_{\text{dBi}} \approx 40,13 - 10 \cdot \log \alpha_E - 10 \cdot \log \alpha_H \quad (1.8.1)$$

Numériquement, on obtient:

$$G_{\text{dBi}} \approx 40,13 - 10 \cdot \log(13,3) - 10 \cdot \log(13,8) = 40,13 - 11,24 - 11,40 \quad (9.6.5)$$

soit:

$$\boxed{G_{\text{dBi}} \leq 17,5 \text{ dBi}} \quad (9.6.6)$$

On passe maintenant aux résultats de l'intégration numérique.

On rappelle la formule (7.4.3) permettant l'évaluation de la directivité, mais en la décomposant pour les besoins des détails du calcul.

Directivité dans le plan E:

$$D_E = \frac{2P_{E\max}}{\sum_{\alpha=0}^{2\pi} P_E(\alpha) |\sin \alpha| \Delta\alpha} \quad (9.6.7)$$

Directivité dans le plan H:

$$D_H = \frac{2P_{H\max}}{\sum_{\alpha=0}^{2\pi} P_H(\alpha) |\sin \alpha| \Delta\alpha} \quad (9.6.8)$$

Gain final, sachant qu'il est légèrement inférieur à la directivité:

$$G_{\text{ISO}} \approx \frac{D_E + D_H}{2} \quad (9.6.9)$$

L'intégration numérique donne:

$$\text{dans le plan E:} \quad D_E \approx 58,3685 \quad (9.6.10)$$

$$\text{dans le plan H:} \quad D_H \approx 47,5268 \quad (9.6.11)$$

d'où:

$$G_{\text{ISO}} \approx \frac{58,3685 + 47,5268}{2} \approx 52,9567 \quad (9.6.12)$$

soit sous forme logarithmique habituelle:

$$\boxed{G_{\text{ISO}} \approx 17,24 \text{ dBi}} \quad (9.6.13)$$

Noter que la formule (4.3.1) donne:

$$G_{\text{ISO}} \approx 11,6 + 8 \cdot \log(5) \approx 11,6 + 5,6 \quad (9.6.14)$$

soit:

$$\boxed{G_{\text{ISO}} \approx 17,2 \text{ dBi}} \quad (9.6.15)$$

Dans son catalogue, le constructeur donne la valeur de $\boxed{17,0 \text{ dBi}}$.

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE

Références bibliographiques citées

- 1) Constantine A. Balanis, *Antenna Theory, Analysis and Design*, John Wiley & Sons, inc. New York, 1982, 1997.
- 2) Harold E. King, "Mutual impedance of unequal length antennas in echelon", *IRE trans. Antenna propagation*, Vol. AP-5, July 1957.
- 3) Phillip H. Smith, *Electronic Applications of the Smith Chart*, Crestone Technical Books, Noble Publishing Co, second edition, 1995.
- 4) John D Kraus, W8JK, *Antennas*, McGraw–Hill, New York, 1988.
- 5) G. Dubost, S.Zisler, *Antennes à large bande*, Masson, Paris, 1976.

Autres références non citées

- 1) Henry Jasik, *Antenna Engineering Handbook*, McGraw–Hill, New York, 1961.
- 2) G. Markov, *Antennas*, Progress Publisher, Moscow, 1965.
- 3) James L. Lawson, W2PV, *Yagi Antenna Design*, The American Radio Relay League (ARRL), Newington, Connecticut, USA, 1986.
- 4) Karl Rothammel, Y21BK, *Antennenbuch*, Telekosmos Verlag, Stuttgart, 1984.
- 5) *The ARRL Antenna Book*, The American Radio Relay League (ARRL), Newington, Connecticut, USA, up-dated yearly publication.
- 6) Nhu Bui-Haï, *Antennes micro-ondes*, Masson, Paris, 1978.
- 7) Céline Laumond, *Conception de réseaux d'antennes imprimées large bande à fort gain*, thèse de doctorat, Université de Limoges, n° d'ordre 26-00, Limoges, 2000.
- 8) Eberhard Spindler, *Empfangsantennen*, Franzis-Verlag GmbH, München, 1991.

ANNEXE

COSINUS ET SINUS INTEGRAUX

Domaine de définition général:

Ces fonctions sont définies pour $x > 0$

Forme intégrale:

Cosinus intégral:

$$\text{Ci } x = -\int_x^\infty \frac{\cos u}{u} du = \int_\infty^x \frac{\cos u}{u} du \quad (1)$$

Cosinus intégral modifié:

$$\text{Cim } x = \int_0^x \frac{1 - \cos u}{u} du \quad (2)$$

Sinus intégral:

$$\text{Si } x = \int_0^x \frac{\sin u}{u} du \quad (3)$$

Forme récurrente:

Cosinus intégral modifié:

$$\text{Cim } x = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{x^{2k}}{(2k)(2k)!} \quad (4)$$

Sinus intégral:

$$\text{Si } x = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)(2k+1)!} \quad (5)$$

Cosinus intégral:

$$\text{Ci } x = C + \ln x - \text{Cim } x \quad (6)$$

où C est la constante d'Euler: $C = 0,5772156649\dots$

Forme polynomiale asymptotique:

Domaine de définition spécifique:

La forme polynomiale est définie pour $x \geq 6$

On pose p tel que:

$$p = \frac{38,102495 + 335,67732x^2 + 265,187033x^4 + 38,027264x^6 + x^8}{157,105423x + 570,23628x^3 + 322,624911x^5 + 40,021433x^7 + x^9} \quad (7)$$

et q tel que:

$$q = \frac{21,821889 + 352,018498x^2 + 302,757865x^4 + 42,252855x^6 + x^8}{449,690326x^2 + 1114,978885x^4 + 482,485984x^6 + 48,196927x^8 + x^{10}} \quad (8)$$

Cosinus intégral:

$$\text{Ci } x = p \sin x - q \cos x \quad (9)$$

Cosinus intégral modifié:

$$\text{Cim } x = 0,5772156649 + \ln x - p \sin x + q \cos x \quad (10)$$

Sinus intégral:

$$\text{Si } x = \frac{\pi}{2} - p \cos x - q \sin x \quad (11)$$

Calcul numérique sur PC

La forme intégrale n'est pas adaptée au calcul numérique.

Ici, la forme récurrente donne des résultats corrects pour des valeurs de x comprises entre 0 et environ 6 à 2π . Pour des valeurs plus élevées, les termes récurrents convergent très lentement et on atteint vite la limite de précision des langages de programmation. Pour x supérieur à 6 ou 2π , on utilise la forme polynomiale asymptotique, dont les algorithmes "étudiés pour" sont "directs".

Algorithmes de calcul

Les algorithmes ci-dessous ont été écrits en langage "Visual Basic".

Ils peuvent être implantés tels quels dans un module "Visual Basic" en faisant un simple "copier-coller". Ils donnent des résultats conformes à ceux publiés dans les tables.

Fonction "Sinus intégral":

```
Function Si(x)
'Calcul du Sinus Intégral (Si)

Dim n As Long

x2 = x * x
Select Case x
Case Is < 6          'Forme récurrente

    Si = 0
    TrmRec = x
    n = 3
    While Abs(TrmRec) >= 0.000005
        Si = Si + TrmRec
        TrmRec = -TrmRec * x2 * (n - 2) / (n - 1) / n / n
        n = n + 2
    Wend

Case Is >= 6        'Forme polynomiale asymptotique

    pnum = (((x2 + 38.027264) * x2 + 265.187033) * x2 + 335.67732) * x2 + 38.102495)
    pden = (((x2 + 40.021433) * x2 + 322.624911) * x2 + 570.23628) * x2 + 157.105423) * x
    p = pnum / pden

    qnum = (((x2 + 42.252855) * x2 + 302.757865) * x2 + 352.018498) * x2 + 21.821899)
    qden = (((x2 + 48.196927) * x2 + 482.485984) * x2 + 1114.978885) * x2 + 449.690326) * x2
    q = qnum / qden

    Si = 1.570796326794895 - p * Cos(x) - q * Sin(x)

End Select

End Function
```

Fonction "Cosinus intégral":

```
Function Ci(x)
'Calcul du Cosinus Intégral (Ci)

Dim n As Long

x2 = x * x
Select Case x
Case Is = 0          'Contournement de la singularité:
    Ci = -2 ^ 127    'Ci = "-infini"
Case Is < 6          'Forme récurrente

    Cim = 0
    TrmRec = -x2 / 4
    n = 4
    While Abs(TrmRec) >= 0.000005
        Cim = Cim - TrmRec
        TrmRec = -TrmRec * x2 * (n - 2) / (n - 1) / n / n
        n = n + 2
    Wend

    Ci = 0.5772156649 + Log(x) - Cim

Case Is >= 6        'Forme polynomiale asymptotique

    pnum = (((x2 + 38.027264) * x2 + 265.187033) * x2 + 335.67732) * x2 + 38.102495)
    pden = (((x2 + 40.021433) * x2 + 322.624911) * x2 + 570.23628) * x2 + 157.105423) * x
    p = pnum / pden

    qnum = (((x2 + 42.252855) * x2 + 302.757865) * x2 + 352.018498) * x2 + 21.821899)
    qden = (((x2 + 48.196927) * x2 + 482.485984) * x2 + 1114.978885) * x2 + 449.690326) * x2
    q = qnum / qden

    Ci = p * Sin(x) - q * Cos(x)

End Select

End Function
```

Fonction "Cosinus intégral modifié":

```
Function Cim(x)
'Calcul du Cosinus Intégral Modifié (Cim).

Dim n As Long

x2 = x * x
Select Case x
Case Is < 6          'Forme récurrente

    Cim = 0
    TrmRec = -x2 / 4
    n = 4
    While Abs(TrmRec) >= 0.000005
        Cim = Cim - TrmRec
        TrmRec = -TrmRec * x2 * (n - 2) / (n - 1) / n / n
        n = n + 2
    Wend

Case Is >= 6        'Forme polynomiale asymptotique

    pnum = (((x2 + 38.027264) * x2 + 265.187033) * x2 + 335.67732) * x2 + 38.102495
    pden = (((x2 + 40.021433) * x2 + 322.624911) * x2 + 570.23628) * x2 + 157.105423 * u
    p = pnum / pden

    qnum = (((x2 + 42.252855) * x2 + 302.757865) * x2 + 352.018498) * x2 + 21.821899
    qden = (((x2 + 48.196927) * x2 + 482.485984) * x2 + 1114.978885) * x2 + 449.690326) * x2
    q = qnum / qden

    Cim = 0.5772156649 + Log(x) - p * Sin(x) + q * Cos(x)

End Select
End Function
```

Tables

La table 1 donne les valeurs des Sinus Intégraux, Cosinus Intégraux et Cosinus Intégraux Modifiés pour des valeurs de x allant de 0,1 à 20 au pas de 0,1.

La table 2 donne les valeurs des Cosinus Intégraux pour des valeurs de x allant de 0,001 à 0,1 au pas de 0,001.

La table 3 donne les valeurs des Cosinus Intégraux pour des valeurs de x allant de 0,0001 à 0,001 au pas de 0,0001.

Cas particuliers:

$$\text{Si}(0) = 0$$

$$\text{Ci}(0) = -\infty$$

$$\text{Cim}(0) = 0$$

$$\text{Si}(2\pi) = 1,4181520$$

$$\text{Ci}(2\pi) = -0,0225629$$

$$\text{Cim}(2\pi) = 2,4376556$$

Table 1

x	Si(x)	Ci(x)	Cim(x)	x	Si(x)	Ci(x)	Cim(x)
0,1	0,0999444	-1,7278694	0,0025000	5,1	1,5312526	-0,1834790	2,3899352
0,2	0,1995556	-1,0422056	0,0099833	5,2	1,5136700	-0,1752577	2,4011320
0,3	0,2985000	-0,6491728	0,0224156	5,3	1,4973136	-0,1655056	2,4104281
0,4	0,3964615	-0,3788084	0,0397333	5,4	1,4822980	-0,1543854	2,4180000
0,5	0,4931076	-0,1777805	0,0618490	5,5	1,4687210	-0,1420522	2,4240160
0,6	0,5881296	-0,0222708	0,0886608	5,6	1,4566638	-0,1286706	2,4286529
0,7	0,6812246	0,1005145	0,1200262	5,7	1,4461979	-0,1144091	2,4320910
0,8	0,7720957	0,1982781	0,1557940	5,8	1,4373598	-0,0994383	2,4345119
0,9	0,8604706	0,2760665	0,1957886	5,9	1,4301852	-0,0839292	2,4360972
1,0	0,9460828	0,3374009	0,2398148	6,0	1,4246886	-0,0680595	2,4370347
1,1	1,0286845	0,3848734	0,2876524	6,1	1,4208682	-0,0519848	2,4374892
1,2	1,1080456	0,4204594	0,3390779	6,2	1,4187074	-0,0358752	2,4376402
1,3	1,1839548	0,4457389	0,3938410	6,3	1,4181744	-0,0198904	2,4376557
1,4	1,2562268	0,4620074	0,4516805	6,4	1,4192232	-0,0041835	2,4376972
1,5	1,3246837	0,4703579	0,5123229	6,5	1,4217943	0,0110995	2,4379184
1,6	1,3891809	0,4717355	0,5754838	6,6	1,4258160	0,0258212	2,4384642
1,7	1,4495931	0,4669683	0,6408757	6,7	1,4312051	0,0398535	2,4394696
1,8	1,5058182	0,4568109	0,7081914	6,8	1,4378680	0,0530789	2,4410594
1,9	1,5577779	0,4419400	0,7771296	6,9	1,4457018	0,0653906	2,4433465
2,0	1,6054175	0,4229801	0,8473827	7,0	1,4545959	0,0766937	2,4464321
2,1	1,6486984	0,4005107	0,9186423	7,1	1,4644324	0,0869054	2,4504050
2,2	1,6876245	0,3750724	0,9906006	7,2	1,4750881	0,0959557	2,4553409
2,3	1,7222069	0,3471719	1,0629529	7,3	1,4864354	0,1037875	2,4613025
2,4	1,7524844	0,3172918	1,1353926	7,4	1,4983436	0,1103566	2,4683390
2,5	1,7785184	0,2858715	1,2076349	7,5	1,5106803	0,1156323	2,4764864
2,6	1,8003915	0,2533371	1,2793900	7,6	1,5233125	0,1195968	2,4857671
2,7	1,8182122	0,2200858	1,3503817	7,7	1,5361079	0,1222452	2,4961907
2,8	1,8320968	0,1864898	1,4203452	7,8	1,5489361	0,1235855	2,5077539
2,9	1,8421906	0,1528977	1,4890287	7,9	1,5616697	0,1236377	2,5204407
3,0	1,8486532	0,1196336	1,5561944	8,0	1,5741855	0,1224338	2,5342234
3,1	1,8516605	0,0869916	1,6216262	8,1	1,5863653	0,1200167	2,5490630
3,2	1,8514028	0,0552571	1,6851094	8,2	1,5980973	0,1164402	2,5649096
3,3	1,8480837	0,0246777	1,7464604	8,3	1,6092763	0,1117676	2,5817036
3,4	1,8419186	-0,0045190	1,8055101	8,4	1,6198055	0,1060714	2,5993760
3,5	1,8331251	-0,0321300	1,8621086	8,5	1,6295961	0,0994319	2,6178499
3,6	1,8219477	-0,0579766	1,9161262	8,6	1,6385687	0,0919369	2,6370410
3,7	1,8086210	-0,0819045	1,9674530	8,7	1,6466537	0,0836801	2,6568586
3,8	1,7933892	-0,1037779	2,0159947	8,8	1,6537914	0,0747605	2,6772068
3,9	1,7764996	-0,1234990	2,0616912	8,9	1,6599329	0,0652813	2,6979857
4,0	1,7582004	-0,1409811	2,1044911	9,0	1,6650396	0,0553485	2,7190918
4,1	1,7387395	-0,1561645	2,1443671	9,1	1,6690839	0,0450703	2,7404198
4,2	1,7183689	-0,1690118	2,1813120	9,2	1,6720492	0,0345559	2,7618632
4,3	1,6973203	-0,1795075	2,2153382	9,3	1,6739294	0,0239143	2,7833157
4,4	1,6758347	-0,1876571	2,2464773	9,4	1,6747292	0,0132534	2,8046719
4,5	1,6541415	-0,1934864	2,2747794	9,5	1,6744635	0,0026790	2,8258284
4,6	1,6324620	-0,1970474	2,3003194	9,6	1,6731572	-0,0077061	2,8466848
4,7	1,6110076	-0,1983918	2,3231700	9,7	1,6708449	-0,0178032	2,8671447
4,8	1,5899789	-0,1976044	2,3434360	9,8	1,6675701	-0,0275183	2,8871164
4,9	1,5695587	-0,1947811	2,3612319	9,9	1,6633846	-0,0367632	2,9065136
5,0	1,5499308	-0,1900316	2,3766852	10,0	1,6583482	-0,0454557	2,9252565

x	$Si(x)$	$Ci(x)$	$Cim(x)$	x	$Si(x)$	$Ci(x)$	$Cim(x)$
10,1	1,6525277	-0,0535210	2,9432721	15,1	1,6222564	0,0410243	3,2508861
10,2	1,6459960	-0,0608916	2,9604949	15,2	1,6257501	0,0354272	3,2630839
10,3	1,6388318	-0,0675080	2,9768676	15,3	1,6286484	0,0295481	3,2755204
10,4	1,6311180	-0,0733195	2,9923409	15,4	1,6309304	0,0234490	3,2881342
10,5	1,6229416	-0,0782838	3,0068748	15,5	1,6325813	0,0171933	3,3008624
10,6	1,6143922	-0,0823680	3,0204377	15,6	1,6335929	0,0108451	3,3136415
10,7	1,6055615	-0,0855482	3,0330076	15,7	1,6339633	0,0044687	3,3264077
10,8	1,5965421	-0,0878095	3,0445713	15,8	1,6336970	-0,0018724	3,3390980
10,9	1,5874268	-0,0891468	3,0551252	15,9	1,6328046	-0,0081155	3,3516503
11,0	1,5783076	-0,0895634	3,0646744	16,0	1,6313028	-0,0142000	3,3640044
11,1	1,5692748	-0,0890721	3,0732329	16,1	1,6292142	-0,0200673	3,3761023
11,2	1,5604164	-0,0876939	3,0808234	16,2	1,6265668	-0,0256620	3,3878889
11,3	1,5518170	-0,0854583	3,0874767	16,3	1,6233938	-0,0309318	3,3993126
11,4	1,5435571	-0,0824025	3,0932316	16,4	1,6197330	-0,0358284	3,4103254
11,5	1,5357127	-0,0785711	3,0981338	16,5	1,6156267	-0,0403076	3,4208836
11,6	1,5283543	-0,0740155	3,1022363	16,6	1,6111212	-0,0443300	3,4309484
11,7	1,5215463	-0,0687933	3,1055978	16,7	1,6062660	-0,0478613	3,4404857
11,8	1,5153469	-0,0629675	3,1082826	16,8	1,6011134	-0,0508720	3,4494666
11,9	1,5098073	-0,0566060	3,1103600	16,9	1,5957182	-0,0533387	3,4578679
12,0	1,5049713	-0,0497808	3,1119031	17,0	1,5901368	-0,0552430	3,4656720
12,1	1,5008750	-0,0425673	3,1129884	17,1	1,5844269	-0,0565728	3,4728669
12,2	1,4975470	-0,0350434	3,1136950	17,2	1,5786467	-0,0573215	3,4794466
12,3	1,4950077	-0,0272886	3,1141035	17,3	1,5728543	-0,0574885	3,4854106
12,4	1,4932695	-0,0193835	3,1142957	17,4	1,5671076	-0,0570787	3,4907646
12,5	1,4923367	-0,0114090	3,1143533	17,5	1,5614630	-0,0561028	3,4955194
12,6	1,4922057	-0,0034452	3,1143577	17,6	1,5559754	-0,0545771	3,4996917
12,7	1,4928652	0,0044292	3,1143885	17,7	1,5506977	-0,0525228	3,5033032
12,8	1,4942962	0,0121374	3,1145234	17,8	1,5456799	-0,0499664	3,5063806
12,9	1,4964725	0,0196058	3,1148372	17,9	1,5409688	-0,0469389	3,5089553
13,0	1,4993611	0,0267638	3,1154012	18,0	1,5366080	-0,0434756	3,5110630
13,1	1,5029223	0,0335453	3,1162826	18,1	1,5326369	-0,0396157	3,5127433
13,2	1,5071107	0,0398888	3,1175437	18,2	1,5290906	-0,0354020	3,5140393
13,3	1,5118752	0,0457380	3,1192417	18,3	1,5259997	-0,0308803	3,5149970
13,4	1,5171600	0,0510422	3,1214281	18,4	1,5233900	-0,0260987	3,5156650
13,5	1,5229049	0,0557571	3,1241483	18,5	1,5212821	-0,0211077	3,5160941
13,6	1,5290462	0,0598445	3,1274410	18,6	1,5196917	-0,0159591	3,5163364
13,7	1,5355170	0,0632730	3,1313385	18,7	1,5186290	-0,0107058	3,5164450
13,8	1,5422485	0,0660183	3,1358660	18,8	1,5180988	-0,0054010	3,5164736
13,9	1,5491702	0,0680630	3,1410416	18,9	1,5181009	-0,0000981	3,5164757
14,0	1,5562105	0,0693968	3,1468762	19,0	1,5186296	0,0051502	3,5165044
14,1	1,5632980	0,0700166	3,1533739	19,1	1,5196741	0,0102924	3,5166116
14,2	1,5703617	0,0699264	3,1605312	19,2	1,5212186	0,0152785	3,5168475
14,3	1,5773318	0,0691371	3,1683381	19,3	1,5232427	0,0200604	3,5172603
14,4	1,5841406	0,0676661	3,1767778	19,4	1,5257211	0,0245929	3,5178958
14,5	1,5907226	0,0655376	3,1858267	19,5	1,5286247	0,0288334	3,5187967
14,6	1,5970157	0,0627817	3,1954555	19,6	1,5319201	0,0327428	3,5200025
14,7	1,6029613	0,0594343	3,2056289	19,7	1,5355707	0,0362854	3,5215489
14,8	1,6085052	0,0555367	3,2163062	19,8	1,5395366	0,0394300	3,5234676
14,9	1,6135978	0,0511348	3,2274420	19,9	1,5437751	0,0421491	3,5257863
15,0	1,6181945	0,0462793	3,2389865	20,0	1,5482414	0,0444201	3,5285279

Table 2

x	$Ci(x)$
0,001	-6,3305396
0,002	-5,6373924
0,003	-5,2319273
0,004	-4,9442453
0,005	-4,7211080
0,006	-4,5387891
0,007	-4,3846417
0,008	-4,2511141
0,009	-4,1333353
0,010	-4,0279795

Table 3

x	$Ci(x)$
0,0001	-8,6331247
0,0002	-7,9399775
0,0003	-7,5345124
0,0004	-7,2468303
0,0005	-7,0236868
0,0006	-6,8413652
0,0007	-6,6872146
0,0008	-6,5536832
0,0009	-6,4359001
0,0010	-6,3305396